

# Определение профиля вертикального распределения проницаемости с учетом данных эксплуатации скважин

## Estimating Reservoir Permeability Through Well Logging



М.М. Хасанов, К.В. Торопов, А.А. Лубнин (ОАО «НК «Роснефть»)

M. M. Khasanov, K. V. Toropov, A. A. Lubnin, (NK Rosneft OJSC)

### Введение

Наибольшие трудности при создании гидродинамических моделей пластов связаны с определением профиля вертикального распределения проницаемости в скважинах. Известные методы макромасштабного (поинтервального) определения проницаемости – опробование пласта испытателем на кабеле, оценка по данным геофизических исследований скважин (ГИС), детальная расходометрия – дают скорее относительную, чем абсолютную информацию [1]. Эти методы позволяют определить, какой интервал имеет большую проницаемость, а какой – меньшую. Однако количественные оценки, получаемые с их помощью, являются весьма приближенными и, что самое главное, плохо согласуются с мегамасштабными, т.е. средними по разрезу пласта оценками проницаемости, получаемыми с помощью гидродинамических исследований скважин (ГДИС) или по данным ее нормальной эксплуатации. Причины этих проблем подробно обсуждаются в работе [1]. В случае наиболее распространенного источника информации – геофизических исследований скважин – они связаны с тем, что методы ГИС по своей физической сущности дают возможность определить объемные параметры (пористость, насыщенность), но не динамические (проницаемость). Эмпирические зависимости типа пористость – проницаемость или более сложные алгоритмы (множественные регрессии, нейронные сети), связывающие проницаемость с измеряемыми по результатам ГИС объемными характеристиками, дают количественные оценки с большой погрешностью.

### Introduction

Many major problems in the simulation of the hydrodynamic models of oil reserves are connected with profile estimations of the vertical distribution of permeability in drill-holes. Known methods of macro-scale (selective flow) permeability testing – drill-stem testing - estimation on the basis of Geophysical Drill-Hole Logging (GDHL) and detailed flow measurements provide more relative rather than absolute information [1]. These methods allow the estimation of the intervals with maximum and minimum permeability. However, quantitative estimates, obtained on the basis of these methods, are rather rough and, what is more important, they are not compatible with the mega-scale, that is average permeability estimates along the reservoir section, obtained with the help of Drill-Hole Hydrodynamic Research (DHHDR) or on the basis of the data obtained during normal operation of the drill-hole. The reasons for these problems are discussed in detail in the study [1]. When there is a more widespread source of information, such as Geophysical Drill-Hole Logging (GDHL), these problems are due to the fact that GDHL provides data for estimating the volumetric measures, such as porosity and saturation, but not the dynamic measures, such as permeability. Empirical formulae, depending on porosity and permeability factors or more complex algorithms (multiple regressions, neural networks), connecting permeability with the volumetric characteristics, and measured based on the results of GDHL, provide of low accuracy estimates.

Notwithstanding the above problems, the existing methods of selective flow permeability estimation, in particular methods based on GDHL, are extremely useful, due to their

Несмотря на указанные проблемы, существующие методы поинтервальной оценки проницаемости (в частности, методы, основанные на данных ГИС) весьма полезны, поскольку они выполняют очень важную функцию компаратора, т.е. инструмента для сравнения и ранжирования различных интервалов по проницаемости.

Для построения количественно адекватного профиля вертикального распределения проницаемости необходимо решить задачу интегрирования в единую модель разнородных данных, полученных от различных источников информации (анализ керна, испытание пластов, расходометрия, ГИС) при измерениях на различных (макро- и мега-) масштабах [1]. При этом следует учитывать следующие факторы.

**Различие условий измерений.** Анализ керна выполняется в лабораторных условиях после специальной обработки образцов, что приводит к существенному отклонению измеренных в лаборатории значений проницаемости от проницаемости пласта в естественных условиях. Кроме того, по керну определяется абсолютная проницаемость, в то время как опробование пласта или интерпретация данных ГДИС дает значения эффективной проницаемости, соответствующей некоторой реальной насыщенности пласта.

**Необходимость калибровки оценок проницаемости, полученных по данным ГИС.** При комплексировании макромасштабных (по ГИС) и мегамасштабных (по ГДИС) оценок проницаемости в рамках единой модели необходимо добиться того, чтобы для каждой скважины средняя по толщине пласта проницаемость, определенная по данным ГИС, была равна средней по толщине пласта проницаемости, определенной по результатам ГДИС или по данным нормальной эксплуатации скважин. Обычно выполнение этого условия обеспечивается умножением значений проницаемости, полученных по данным ГИС, на некоторый поправочный коэффициент, единый для всех интервалов пласта в скважине и для всех скважин, находящихся в сходных геологических условиях [1]. Таким образом, значения средней проницаемости, определенные по данным ГДИС или нормальной эксплуатации, признаются эталоном, с помощью которого калибруются данные ГИС.

Корректировка значений проницаемости путем умножения на поправочный коэффициент позволяет добиться хорошего соответствия расчетной производительности скважины реальной. Однако одновременно решить таким же способом и задачу адекватного описания характеристик вытеснения нефти из пласта (например, корректного расчета динамики обводнения продукции скважины)

comparative function; that is a comparative instrument for the comparison and ranking of various intervals/flows on the basis of their permeability.

To construct an adequate, quantitative profile of the vertical distribution of permeability, it is necessary to work out a solution for the integration of various data, obtained from different information sources (well-core analysis, reservoir test, flow measurements and GDHL) into a single model when measuring on various (macro and mega) scales [1]. This being said, it is necessary to take into account the following factors:

*Differences in the measuring conditions.* Core analysis is carried out in a laboratory environment after special treatment of the samples, resulting in significant deviations between the permeability parameters measured in the laboratory and the permeability in the "in-situ" environment. Furthermore, the absolute permeability is estimated on the basis of the core, whereas the reservoir test or the interpretation of the Drill-Hole Hydrodynamic Research (DHHDR) data provide the parameters for effective permeability, corresponding to the actual saturation of the reservoir.

*Calibration test requirements of permeability estimates obtained from GDHL data.* When integrating macro-scale (GDHL) and mega-scale (DHHDR) permeability estimates in one single model, it is necessary to ensure that for each drill-hole the average permeability through the reservoir thickness, estimated on the basis of GDHL data, is equal to the average permeability through the reservoir thickness, estimated on the basis of DHHDR results or on the basis of normal drill hole operation data. Usually, these conditions are ensured by multiplication of the permeability parameters, obtained on the basis of GDHL data, by a certain correction factor, which is the same for all levels of the reservoir in the drill-hole and for all drill-holes, located in similar geological conditions [1].

Thus, the parameters of average permeability, estimated on the basis of DHHDR data or normal operations, are acknowledged as a reference for the calibration of GDHL data.

The correction of permeability parameters by the multiplication of the correction factor achieves a close alignment of the estimated drill-hole production rate with the actual production rate. However, it is not possible to simultaneously work out an adequate description of oil production rates using the same method (e.g. a well defined dynamic analysis of the flow of water in drill-hole production).

The reasons can be understood if we examine the permeability of the reservoir levels as a random value, the distribution function of which (normally assumed as logarithmically normal) depends on two parameters – the

невозможно. Причину этого можно понять, если рассмотреть проницаемость интервалов пласта как случайную величину, функция распределения которой (обычно принимаемая логнормальной) зависит от двух параметров – среднего значения (математического ожидания) и «размаха» отклонений от среднего значения (дисперсии). Дисперсия определяет степень вертикальной неоднородности пласта и, в частности, вид характеристики вытеснения нефти водой (например, в соответствии с моделью Дайкстры – Парсонса [2-6]). Умножение значений проницаемости на поправочный коэффициент эквивалентно сдвигу функции распределения по оси «логарифм проницаемости». Этот сдвиг позволяет добиться желаемого значения средней проницаемости, однако «размах» кривой распределения проницаемости при этом остается неконтролируемым, в связи с чем желаемых показателей неоднородности добиться не удается. В данной работе предложен метод корректировки значений проницаемости, позволяющий достичь желаемого вида функции распределения (например, логнормального) с заданными характеристиками – математическим ожиданием и дисперсией. Этот метод основан на результатах теории порядковых статистик [7, 8] и возможности восстановления проницаемости в ранжированной выборке при наличии априорной информации о виде функции распределения. Предполагается, что ранжирование интервалов пласта по проницаемости проводится с помощью ГИС. Математическое ожидание предложено определять по данным ГДИС или нормальной эксплуатации скважин, а дисперсию – из анализа выборок керна или по динамике обводнения продукции.

Одним из основных преимуществ предлагаемого подхода является существенное ускорение процесса адаптации 3D гидродинамических моделей к истории разработки (history matching) и повышение устойчивости результатов history matching за счет того, что уже первое приближение к оценке поля проницаемости (на этапе инициализации модели) оказывается максимально приближенным к истинному распределению фильтрационных свойств пласта. Это обеспечивается использованием при инициализации модели сразу всей имеющейся лабораторной и промысловой информации, включая исторические данные о динамике добычи нефти и других флюидов.

Практическое применение предложенного метода рассмотрено на примере одного из месторождений ОАО «НК «Роснефть».

### **Постановка задачи**

Пусть некоторая скважина разрабатывает пласт эффективной толщиной  $H$ , состоящий из  $n$  интервалов (прослоев, слоев);  $h_i$ ,  $k_i$  – соответственно толщина

average value (mathematical estimate) and the range of deviations from the average value (dispersion). The dispersion identifies the level of the vertical heterogeneity of the reservoir and, in particular, the water-oil displacement characteristics (e.g., according to the Dykstra-Parsons model [2-6]). The multiplication of the permeability values by the correction factor is equivalent to the shift of a cumulative distribution function along a “permeability logarithm” axis. This shift allows for the achievement of the desired value of average permeability, however, the range of the permeability distribution curve is out of control because of this, so that the desired values of heterogeneity are not achievable.

This study offers a method for the correction of permeability values, allowing the desired type of distribution function to be achieved (e.g. logarithmically normal) with the specified data – mathematical estimates and dispersion. This method is based on the results of the theory of order statistics [7, 8] and permeability recovery capability in the sample collection range upon availability of prior information in a type of distribution function. It is assumed that the permeability range of the reservoir is carried out with the help of GDHL. Mathematical estimates should be made on the basis of DHDR or normal operation data, and the dispersion – on the basis of core sample analysis or water flooding developments. One of the main advantages of the proposed method is a considerable reduction in the time required for the process of matching the hydrodynamic 3D models to the history of oil production on site (history matching) and the improvement of the stability of the results due to the fact that the initial approximation to the field permeability estimate (at the stage of model initialisation) is matched as much as possible to the actual flow properties of the reservoir. This is achieved through the use of all the available laboratory and field data, including statistical data on the field production performance (oil and other fluids) at the stage of model initialisation.

Practical application of the proposed method has been reviewed using the example of one of the oilfields of NK Rosneft OJSC.

### **Statement of the Problem**

Let us assume that a drill-hole is working on a reservoir of effective thickness  $H$ , consisting of  $n$  levels (beds and intermediate beds); with  $h_i$  and  $k_i$  being the thickness and absolute permeability of the  $i$ -interval, respectively, and  $K_{gi}$  being the absolute permeability of the  $i$ -level, obtained based on GDHL data ( $i = 1, 2, \dots, n$ ).

As was mentioned before,  $k_{gi}$  values may differ considerably from the true  $k_i$  values, therefore the direct use of  $k_{gi}$  may result in low accuracy in estimating the two most important indexes: drill-hole productivity and vertical non-homogeneity of the reservoir permeability, which determine, to a large extent, the displacement efficiency of oil by water and gas.



Высокоэффективные многоярусные виброситы с линейным движением и частотно-регулируемым приводом



Обезвоживающие центрифуги с реверсивным ходом и частотно-регулируемым приводом



Специализированные системы смешивания бурового раствора сдвигом струи



Патентованные, высокоэффективные многоярусные ситогидроциклонные установки с линейным движением



Контейнерные системы обезвоживания с интерфейсом «человек-машина»



Комплексы по приготовлению и перемешиванию бурового раствора



Центробежные насосы и насосные установки

# Признанные лидеры в области проектирования, производства и комплексного интегрирования систем переработки и обработки бурового раствора



**KEM-TRON** — это не просто производитель фирменного оборудования. Это надежные и высокотехнологичные решения ваших проблем. Конструкция систем **KEM-TRON** позволяет работать в самых сложных условиях бестраншейного и горизонтального бурения, решая такие проблемы, как химически активная твердая фаза, обезвоживание бурового раствора в системах замкнутого цикла и водоподготовка.

Все оборудование, начиная с наших запатентованных многофункциональных вибросит, систем очистки полимеров и систем обезвоживания замкнутого цикла и заканчивая системами автоматики и управления на основе программируемых логических контроллеров, отличается высоким удобством использования и комплексностью решений, позволяя экономить деньги и беречь окружающую среду.



Московское Представительство  
Россия, Москва

Варшавское шоссе, д. 125

Тел/Факс: 7 495 319 5327; 7 495 319 5309

[www.kemtron.com](http://www.kemtron.com)

и абсолютная проницаемость  $i$ -го интервала;  $k_{gi}$  – абсолютная проницаемость  $i$ -го интервала, полученная по данным ГИС ( $i=1, 2, \dots, n$ ).

Как уже отмечалось, значения  $k_{gi}$  могут значительно отличаться от истинных значений  $k_i$ , поэтому прямое использование  $k_{gi}$  может привести к большим погрешностям при расчете двух важнейших показателей: продуктивности скважины и вертикальной неоднородности пласта по проницаемости, во многом определяющей эффективность вытеснения нефти водой или газом.

Эти два показателя связаны с параметрами функции распределения проницаемости математическим ожиданием

$$(1) \quad \bar{k} = E[k] = \frac{1}{H} \sum_{i=1}^n h_i k_i$$

и дисперсией

$$(2) \quad D = \sigma^2 = E[(k - \bar{k})^2] = \frac{1}{H} \sum_{i=1}^n h_i (k_i - \bar{k})^2,$$

где символ  $E[\bullet]$  обозначает операцию нахождения математического ожидания;  $\sigma$  – среднеквадратичное (стандартное) отклонение проницаемости.

Продуктивность скважины пропорциональна величине произведения  $KH$  ( $K$  – средняя по толщине пласта проницаемость, определяемая по притоку пластовой жидкости к скважине). Значение  $K$  может быть получено путем обработки результатов ГДИС. Если активные эксперименты (ГДИС) отсутствуют, то для оценки  $K$  рекомендуется использовать данные нормальной эксплуатации (пассивного эксперимента). Под данными нормальной эксплуатации мы понимаем временные ряды замеров дебитов скважины и забойного давления, осуществляемых при эксплуатации скважины в квазистационарном режиме (при относительно небольших изменениях забойного давления, вызванных естественными причинами) или же при выводе на стационарный режим вновь пробуренных скважин.

Значение  $K$  определяется путем анализа притока жидкости к скважине в естественных пластовых условиях, поэтому  $K$  имеет смысл эффективной проницаемости. С учетом указанного мы можем записать

$$(3) \quad \bar{k} = K / K_r,$$

где  $K_r$  – относительная проницаемость при средней по толщине пласта насыщенности флюидами. Если при исследовании реализуется приток безводной нефти (как чаще всего и бывает), то  $K_r$  представляет собой

These two indexes are connected with the parameters of the permeability distribution function by the mathematical calculation

$$(1) \quad \bar{k} = E[k] = \frac{1}{H} \sum_{i=1}^n h_i k_i$$

and the dispersion

$$(2) \quad D = \sigma^2 = E[(k - \bar{k})^2] = \frac{1}{H} \sum_{i=1}^n h_i (k_i - \bar{k})^2,$$

where  $E[\bullet]$  means the process for estimating the mathematical expectation; and  $\sigma$  is the root mean square (standard) deviation of permeability. Drill-hole productivity is proportional to the product  $KH$  ( $K$  being the average permeability along the thickness of the reservoir, which is determined by the influx of the reservoir fluid to the drill-hole). The value  $K$  may be estimated by processing the DHHDR results. If active measurements for DHHDR are not available, it is recommended to use normal operation data (passive measurements) for estimating  $K$ . Normal operation data are understood to be a dynamic series of well production rate and bottom-hole measurements, carried out during well operation in the pseudo-steady state (with a relatively small change in the bottom-hole pressure due to natural reasons), or during the changeover for a recently drilled well to steady production.

The value  $K$  is determined by the analysis of the fluid flowing into the well in natural reservoir conditions, therefore  $K$  is the effective permeability. Making an allowance for this, we can write:

$$(3) \quad \bar{k} = K / K_r,$$

where  $K_r$  – is relative permeability with average fluid saturation throughout the thickness of the reservoir. If during the exploration, the influx of crude oil without water is produced (which happens in most cases),  $K_r$  will represent the relative permeability for the oil in the presence of the interstitial water in the reservoir.

Permeability probability distribution along the section is normally described as a logarithmically normal function. Thus, the probability distribution function  $\Phi(x)$  of  $x = \ln k$  will be determined by the formulae:

$$(4) \quad d\Phi(x) = \varphi(x) dx;$$

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\ln}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\cdot\sigma_{\ln}^2}},$$

where  $\mu$  is the mathematical expectation and  $\sigma_{\ln}$  is the standard deviation of the permeability logarithm. It is easy to obtain permeability probability distribution

относительную проницаемость для нефти при наличии в пласте связанной воды.

Распределение вероятностей проницаемости по разрезу принято описывать логнормальной функцией. При этом функция распределения вероятностей  $\Phi(x)$  величины  $x = \ln k$  определяется соотношениями

$$(4) \quad d\Phi(x) = \varphi(x)dx;$$

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\ln}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma_{\ln}^2}},$$

где  $\mu$ ,  $\sigma_{\ln}$  – соответственно математическое ожидание и стандартное отклонение логарифма проницаемости.

Функцию распределения вероятностей проницаемости  $F(x)$  для логнормального закона легко получить из соотношений (4):

$$(5) \quad F(k) = \int_0^k f(k)dk,$$

где  $f(k)$  – плотность распределения вероятностей проницаемости, определяемая равенством

$$(6) \quad f(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\ln}k} e^{-\frac{(\ln k - \mu)^2}{2\sigma_{\ln}^2}}.$$

Математическое ожидание  $\bar{k}$  и среднеквадратичное отклонение  $\sigma$  проницаемости связаны с параметрами  $\mu$  и  $\sigma_{\ln}$  соотношениями [3, 4]

$$(7) \quad \bar{k} = \exp(\mu + \frac{\sigma_{\ln}^2}{2}),$$

$$(8) \quad \sigma = \bar{k} \left[ \exp(\sigma_{\ln}^2) - 1 \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Обозначим через  $k_p$  проницаемость, определяемую равенством

$$(9) \quad 100 \cdot F(k_p) = p.$$

Как следует из математического смысла функции распределения  $F(k)$ , величина  $p$  определяет долю (в процентах), которую в эффективной толщине пласта занимают прослои проницаемостью  $k < k_p$ . Например,  $k_{50}$  – медианное значение: прослои проницаемостью, меньшей  $k_{50}$ , и прослои проницаемостью, большей  $k_{50}$ , занимают по 50 % эффективной толщины. Медианное значение проницаемости принято обозначать символом  $k_m$ , т.е.  $k_{50} = k_m$ . Так как функция  $\Phi(x)$  в

function  $F(x)$  for the logarithmically normal law from the formula (4):

$$(5) \quad F(k) = \int_0^k f(k)dk,$$

where  $f(k)$  – is the permeability probability distribution density, estimated by the formula

$$(6) \quad f(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\ln}k} e^{-\frac{(\ln k - \mu)^2}{2\sigma_{\ln}^2}}.$$

The mathematical expectation  $\bar{k}$  and the mean square deviation  $\sigma$  of permeability are connected with the parameters of  $\mu$  and  $\sigma_{\ln}$  by the formulae [3, 4]

$$(7) \quad \bar{k} = \exp(\mu + \frac{\sigma_{\ln}^2}{2}),$$

$$(8) \quad \sigma = \bar{k} \left[ \exp(\sigma_{\ln}^2) - 1 \right]^{\frac{1}{2}}.$$

We assume that  $k_p$  is the permeability estimated with the formula

$$(9) \quad 100 \cdot F(k_p) = p.$$

As it appears from the mathematical meaning of the distribution function  $F(k)$ , the  $p$  value determines the percentage of the intermediate strata with  $k < k_p$  permeability in the effective thickness of the reservoir. For example,  $k_{50}$  is the median value; intermediate strata with permeability less than  $k_{50}$ , and intermediate strata with permeability higher than  $k_{50}$ , will each account for 50% of the effective thickness. The permeability median value is normally identified by the symbol  $k_m$ , that is  $k_{50} = k_m$ . Since the function  $\Phi(x)$  in the formula (4) is symmetrical to the axis  $x = \mu$ , we obtain  $\mu = \ln k_{50} = \ln k_m$ .

As a result, the formula (7) can be represented as follows:

$$(10) \quad \bar{k} = k_m \cdot \exp\left(\frac{\sigma_{\ln}^2}{2}\right).$$

As is known, the deviations of the argument, with normal distribution, to the left and to the right from the median value by the value of the mean square deviation, result in the following approximate values for the distribution function: 0.16 (16%) and 0.84 (84%).

Therefore (Fig. 1):

$$(11) \quad \sigma_{\ln} = \ln k_m - \ln k_{16} = \ln k_{84} - \ln k_m.$$

выражении (4) симметрична относительно оси  $x = \mu$ , получаем  $\mu = \ln k_{50} = \ln k_m$ .

В результате формулу (7) можно представить в следующем виде:

$$(10) \quad \bar{k} = k_m \cdot \exp\left(\frac{\sigma_{\ln}^2}{2}\right).$$

Как известно, отклонения аргумента при нормальном распределении влево и вправо от медианного значения на величину среднеквадратичного отклонения приводят к значениям функции распределения, равным приблизительно 0,16 (16 %) и 0,84 (84 %). Поэтому (рис. 1)

$$(11) \quad \sigma_{\ln} = \ln k_m - \ln k_{16} = \ln k_{84} - \ln k_m.$$

Таким образом, степень неоднородности пласта можно было бы охарактеризовать величиной

$$(12) \quad \ln k_m - \ln k_{16} = \ln k_m / k_{16} = \ln k_{84} / k_m.$$

Однако в практике современного нефтяного инженеринга для этой цели принято использовать коэффициент Дайкстры - Парсонса [2-6]

$$(13) \quad V_{DP} = \frac{k_m - k_{16}}{k_m}.$$

Как следует из (11) и (13), коэффициент  $V_{DP}$  для логнормального распределения связан с параметром  $\sigma_{\ln}$  соотношением

$$(14) \quad \sigma_{\ln} = -\ln(1 - V_{DP}).$$

Подставив выражение (14) в формулу (8), получим

$$(15) \quad \bar{k} = A(V_{DP})k_m = A(V_{DP})e^{\mu},$$

откуда

$$(16) \quad \mu = \ln\left[\bar{k} / A(V_{DP})\right] = \ln \bar{k} - \frac{\sigma_{\ln}^2}{2},$$

где

$$(17) \quad A(V_{DP}) = \exp\left[\frac{\ln^2(1 - V_{DP})}{2}\right].$$

Продуктивные пласти чаще всего характеризуются значениями  $V_{DP}$ , лежащими в интервале от 0,7 до 0,8. Следовательно, наиболее распространенные значения коэффициента  $A(V_{DP})$  для неоднородных пластов находятся в диапазоне от 2 до 3,5, т.е. среднее значение проницаемости в 2 – 3,5 раза превышает медианное значение.

Thus, the degree of heterogeneity of the reservoir may be characterised as:

$$(12) \quad \ln k_m - \ln k_{16} = \ln k_m / k_{16} = \ln k_{84} / k_m.$$

However, for this purpose, the Dykstra-Parsons coefficient is normally used in modern oil engineering practice [2-6]:

$$(13) \quad V_{DP} = \frac{k_m - k_{16}}{k_m}.$$

As follows from (11) and (13), the coefficient  $V_{DP}$  for logarithmically normal distribution is connected with the parameter  $\sigma_{\ln}$  by the formula:

$$(14) \quad \sigma_{\ln} = -\ln(1 - V_{DP}).$$

By inserting formula (14) into formula (8), we obtain:

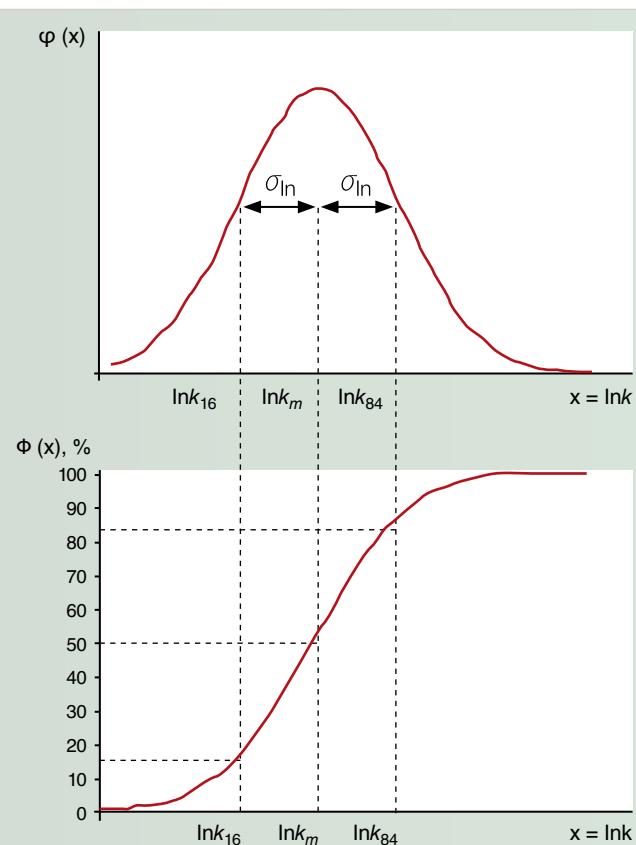
$$(15) \quad \bar{k} = A(V_{DP})k_m = A(V_{DP})e^{\mu},$$

so that:

$$(16) \quad \mu = \ln\left[\bar{k} / A(V_{DP})\right] = \ln \bar{k} - \frac{\sigma_{\ln}^2}{2},$$

where:

$$(17) \quad A(V_{DP}) = \exp\left[\frac{\ln^2(1 - V_{DP})}{2}\right].$$



**Рис. 1. Логнормальное распределение проницаемости**  
**Fig. 1. Logarithmically normal distribution of permeability**

Альтернативная характеристика степени неоднородности – коэффициент вариации  $V = \sigma / \bar{k}$ . Для логнормального распределения из выражений (7), (8) имеем

$$(18) \quad V = \left[ \exp(\sigma_{\ln}^2) - 1 \right]^{\frac{1}{2}} = \left[ \exp\left(\ln^2(1 - V_{DP}) - 1\right) \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Значения  $V_{DP}$  можно получить из прямого анализа выборок керна или же путем обработки промысловых данных по динамике обводнения добывающих скважин. В последнем случае адекватное значение  $V_{DP}$  определяется с помощью «подгонки» характеристик вытеснения, полученных в рамках слоистой модели пласта [2, 5, 6], к реально наблюдаемым характеристикам.

Соотношения (14) и (16) связывают параметры  $\mu$  и  $\sigma_{\ln}$  логнормальной функции распределения проницаемости с практически измеряемыми характеристиками скважины – средневзвешенной по толщине пласта проницаемостью  $\bar{k}$  и коэффициентом  $V_{DP}$ .

В общем случае функция распределения проницаемости может отличаться от логнормальной. Однако, зная ее вид, всегда можно выразить значения параметров распределения через величины  $\bar{k}$  и  $V_{DP}$  (мы ограничиваемся рассмотрением двухпараметрических функций распределения).

Из представленного выше обзора ясно, что в математическом смысле задача определения профиля вертикального распределения проницаемости в скважине заключается в нахождении функциональной связи между значениями проницаемости по данным ГИС и истинными ее значениями

$$(19) \quad k = \lambda(k_g).$$

Эта функциональная связь обеспечивает выполнение следующих условий:

- » функция  $\lambda(k)$  монотонна;
- » функция распределения проницаемости по разрезу  $f(k)$ , рассчитанная с помощью функции (19), имеет априорно заданный вид;
- » параметры функции  $f(k)$  таковы, что расчетные значения  $\bar{k}$  и  $V_{DP}$  совпадают с оценками, полученными по экспериментальным и промысловым данным.

Далее для простоты будем считать функцию  $f(k)$  логнормальной, хотя предлагаемые в данной работе методы применимы для любого распределения. Часто применяемый на практике способ корректировки значений  $k_g$  путем умножения их на некоторый поправочный коэффициент с целью достижения

productive strata are most commonly characterised by  $V_{DP}$  values in the range 0.7 to 0.8. Therefore, the most commonly encountered values of the coefficient  $A (V_{DP})$  for heterogeneous strata are in the range of 2 to 3.5, i.e. the mean permeability value is 2 to 3.5 times higher than the median value.

An alternative characteristic of the degree of non-homogeneity is the coefficient of the variation  $V = \sigma / \bar{k}$ . For logarithmically normal distribution, based on formulae (7) and (8), we obtain:

$$(18) \quad V = \left[ \exp(\sigma_{\ln}^2) - 1 \right]^{\frac{1}{2}} = \left[ \exp\left(\ln^2(1 - V_{DP}) - 1\right) \right]^{\frac{1}{2}}.$$

The value  $V_{DP}$  can be obtained based on a direct analysis of the core sample or by processing the oil field data on the water encroachment dynamics of the production wells.

In the latter case, an adequate value of  $V_{DP}$  is determined by matching the displacement characteristics, obtained within the stratified model of the stratum [2, 5, 6] with the characteristics observed in reality.

The formulae (14) and (16) are connected by the parameters  $\mu$  and  $\sigma_{\ln}$  of the logarithmically normal permeability distribution function with the actual measured characteristics of the well – weighted mean strata thickness permeability  $\bar{k}$  and coefficient  $V_{DP}$ .

The permeability distribution function may often deviate from the logarithmically normal. However, knowing this factor, it is always possible to express the values of the distribution parameters with the values  $k$  and  $V_{DP}$  (we will only examine two-parameter distribution functions).

It is clear from the assessment above that from the mathematical point of view, the task of identifying the profile of the vertical distribution of the permeability in a drill-hole is confined to finding the functional connection between the permeability values, obtained on the basis of GDHL and its true values

$$(19) \quad k = \lambda(k_g).$$

This functional connection allows for the fulfilment of the following conditions:

- » the function  $\lambda(k)$  is uniform;
- » the function of permeability distribution along the section  $f(k)$ , estimated with the help of function (19), has a predetermined form;
- » the parameters of the function  $f(k)$  ensure that the estimated values of  $\bar{k}$  and  $V_{DP}$  coincide with the estimates obtained based on experimental and oil field data.

Further, to simplify the explanation, we shall assume that the function  $f(k)$  is logarithmically normal, although the

желаемого среднего значения проницаемости означает, что функция  $\lambda(k)$  принимается линейной:

$$(20) \quad k_i = C k_{gi}, \quad (i=1, 2, \dots, n),$$

где множитель С определяется из условия

$$(21) \quad K_r \cdot C \cdot \sum_{i=1}^n h_i k_{gi} = KH,$$

следующего из уравнения (3).

Логарифмируя выражение (20), получаем

$$(22) \quad \ln k = \ln k_g + \ln C.$$

Таким образом, этот способ корректировки эквивалентен сдвигу функции распределения проницаемости на отрезок  $\ln C$  по оси  $\ln k$  (рис. 2).

Из рис. 2 можно видеть, что преобразование (22) не позволяет получить желаемую функцию распределения (кривую 3), поскольку оно не меняет ни форму кривой 1, ни ее «размах».

### Метод безэталонных измерений

Предположим, что имеется куча случайно набранных камней. Можно ли определить вес каждого камня, имея рычажные весы, но не имея гирек к ним? В более общем виде эта задача, называемая задачей безэталонного измерения [7], может быть поставлена следующим образом.

Пусть  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  – выборка, составленная из  $n$  реализаций случайной величины  $X$ ;  $x_i$  –  $i$ -я реализация случайной величины ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). Можно ли определить значения  $x_i$ , имея только компаратор, который позволяет сравнивать значения  $x_i$  друг с другом, но не имея эталонов, которые позволили бы измерять значения  $x_i$  напрямую? (В нашем примере с камнями компаратором являются весы, а отсутствующими эталонами – гирьки).

В работе [7] показано, что решить эту задачу можно с помощью теории порядковых статистик при условии, что функция распределения случайной величины  $X$  известна. Легко видеть, что рассматриваемая нами проблема определения истинной проницаемости интервалов пласта  $k_i$  по данным ГИС также является задачей безэталонного измерения и, следовательно, может быть решена методами теории порядковых статистик.

Переходя к вероятностному описанию, рассмотрим случайное множество выборок  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . Во многих практических приложениях полезно [4, 7–9] использовать упорядоченные (ранжированные) выборки  $(x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)})$ , полученные из исходных

methods proposed in this study, are applicable for any distribution. The method of correction of  $k_g$  values based on their multiplication by some correction coefficient to achieve the desired mean permeability value, often used in practice, means that the function  $\lambda(k)$  is assumed to be linear:

$$(20) \quad k_i = C k_{gi}, \quad (i=1, 2, \dots, n),$$

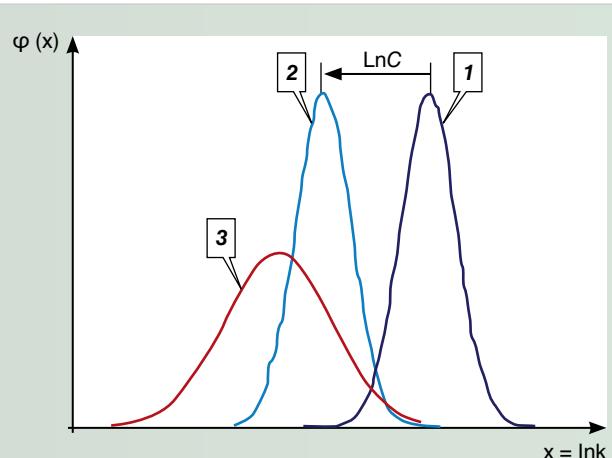
where the multiplier C is identified from the condition

$$(21) \quad K_r \cdot C \cdot \sum_{i=1}^n h_i k_{gi} = KH,$$

resulting from the formula (3).

By taking the logarithm of (20), we obtain

$$(22) \quad \ln k = \ln k_g + \ln C.$$



**Рис. 2.** Преобразование функции распределения значений  $k_g$  при умножении на поправочный коэффициент С: функция распределения: 1 – значений  $k_g$ ; 2 – скорректированных значений  $k_g$ ; 3 – истинной проницаемости  $k$

**Fig. 2.** Conversion of the distribution function  $k_g$  when multiplying by the correction coefficient C: Distribution Function: 1 – of the values  $k_g$ ; 2 - of the corrected  $k_g$  values; 3 - of the true permeability  $k$

Fig. 2 shows that the conversion (22) doesn't allow us to obtain the desired distribution function (curve 3), since it doesn't change either the shape of curve 1, or its range.

### Method of Non-Reference Measurements

Let's assume that we have a pile of stones. Is it possible to estimate the weight of each stone having mechanical beam scales without balance weights? In a more general form, this task is referred to as a task of non-reference measurement [7] and may be formulated as follows.

Let's assume that  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  is a selection consisting of  $n$  occurrences of a random value  $X$ ;  $x_i$  is the occurrence number  $i$  of a random value ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). Is it possible to

выборок ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ) путем перестановки величин  $x_i$  в порядке их возрастания ( $x_{(i)} < x_{(i+1)}$ ).

Про величину, стоящую на  $i$ -м месте в ранжированной выборке, говорят, что она имеет ранг  $i$ . Разумеется, величины, имеющие один и тот же ранг  $i$ , в разных выборках будут, в силу случайности, разными. Таким образом, величины  $x_{(i)}$  являются реализациями некоторой случайной величины, которую мы обозначим  $X_{(i)}$ . Следовательно, случайная ранжированная выборка может быть представлена в виде набора случайных величин ( $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}$ ). Элемент  $x_{(i)}$  этой выборки называется  $i$ -й порядковой статистикой, а раздел математической статистики, изучающий свойства упорядоченных выборок, называется теорией порядковых статистик [7, 9].

Если  $f(x)$ ,  $F(x)$  – соответственно плотность вероятности и функция распределения исходной совокупности, то плотность распределения  $i$ -й порядковой статистики  $\Psi_i(x)$  при объеме выборки  $n$  определяется уравнением [7]

$$(23) \quad \Psi_i(x) = \frac{n!}{(i-1)!(n-i)!} [F(x)]^{i-1} [1-F(x)]^{n-i} f(x),$$

$$i=1, \dots, n.$$

Среднее  $E_i$  порядковых статистик

$$(24) \quad E_i = E[X_{(i)}] = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \Psi_i(x) dx;$$

дисперсия порядковых статистик

$$(25) \quad \sigma_i^2 = D[X_{(i)}] = E[X_{(i)}^2] - E_i^2.$$

В качестве примера на рис. 3 приведены графики плотности распределения исходной случайной величины, имеющей нормальное распределение  $f(x)$ , и распределения порядковых статистик  $\Psi_i(x)$  при  $i = 6$  и  $i = 20$  ( $n = 30$ ). Из рис. 3 видно, что плотность вероятности порядковой статистики представляет собой достаточно «узкую» функцию, поэтому для оценки неизвестной величины  $x_{(i)}$  при больших  $n$  можно использовать математическое ожидание  $E_i$ :  $x_{(i)} \approx E_i$ .

Идея такой замены лежит в основе метода безэталонных измерений [7]. Ошибка  $x_{(i)} - E_i$ , допускаемая при применении этого метода, уменьшается с ростом объема выборки  $n$ .

Расчет значений  $E_i$  проводится с использованием формул (23), (24) путем численного вычисления интеграла (24).

estimate value  $x_i$ , having only the comparing element, which allows to compare  $x_i$  values with one another, but without having any references, which would allow us to measure the  $x_i$  values directly? (In our example with the stones, the scales are the comparing element, and missing references are the weights).

In [7] it is shown that it is possible to solve this task with the help of the theory of order statistics, provided that the function of distribution of the random value  $X$  is known. It is easy to see that the problem of estimating the true permeability of the strata intervals  $k_i$  based on GDHL data is also a task of non-reference measurement, and therefore may be resolved by the methods of the theory of order statistics.

Switching to a probabilistic description, let's review a random set of selections ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ). In many practical applications [4, 7 – 9], it is useful to use organised selections within a range of values ( $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}$ ) obtained from the initial selections ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ) by transposition of the values  $x_i$  in the increasing order ( $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}$ ).

The value  $i$  in the range of values selected is said to have the ordinal number or rank  $i$ . It is clear that the values that have the same rank  $i$  in various random selections will be different due to random chance. Therefore the values  $x_{(i)}$  are occurrences of some random value, which we will identify as  $x_{(i)}$ . Therefore, the random range of selected values can be presented as a set of random values ( $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}$ ). The element  $x_{(i)}$  of this selection is called the  $i$ -order statistic, and the area of mathematical statistics studying the properties of ordered selections is called the Theory of Order Statistics [7, 9].

If  $f(x)$  is the probability density and  $F(x)$  is the function of the distribution of the original population, then the distribution density of  $i$ -order statistics  $\Psi_i(x)$  in the selected range  $n$  can be estimated by the formula [7]

$$(23) \quad \Psi_i(x) = \frac{n!}{(i-1)!(n-i)!} [F(x)]^{i-1} [1-F(x)]^{n-i} f(x),$$

$$i=1, \dots, n.$$

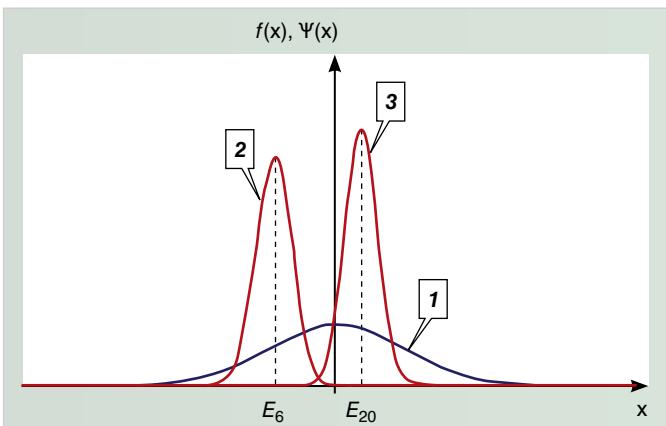
The mean value  $E_i$  of order statistics is:

$$(24) \quad E_i = E[X_{(i)}] = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \Psi_i(x) dx;$$

The dispersion of order statistics is:

$$(25) \quad \sigma_i^2 = D[X_{(i)}] = E[X_{(i)}^2] - E_i^2.$$

Fig. 3 shows graph curves for the initial random value distribution density, having a normal distribution  $f(x)$ , and a distribution of order statistics  $\Psi_i(x)$ , when  $i = 6$  and  $i = 20$



**Рис. 3. Плотность распределения порядковой статистики:** плотность распределения: 1 – случайной величины  $f(x)$ , имеющей нормальное распределение с параметрами  $\mu = 0$ ,  $\sigma = 1$ ; 2, 3 – порядковой статистики  $\Psi_i(x)$  соответственно при  $i = 6$  и  $i = 20$  ( $n = 30$ )

### Fig. 3. Order Statistics Distribution Density:

Distribution Density: 1- random value  $f(x)$ , having normal distribution with parameters  $\mu = 0$ ,  $\sigma = 1$ ; 2, 3 - order statistics  $\Psi_i(x)$ , accordingly at  $i=6$  and  $i=20$  ( $n=30$ ).

## Применение метода безэталонных измерений для определения профиля распределения проницаемости в скважине

Вначале будем считать, что значения проницаемости по данным ГИС  $k_{gi}$  получены через равные интервалы пласта:  $h_1 = h_2 = \dots = h_n$ . Это имеет место, например, при представлении каротажных кривых и результатов их интерпретации в LAS-формате, когда параметры пласта определяются равномерно через каждые 0,1 или 0,2 м. Принятое ограничение позволяет напрямую использовать идею метода безэталонных измерений, изложенную выше.

Пусть известно, что распределение проницаемости логнормальное. В качестве исходной информации даны:

- » значения проницаемости интервалов пласта  $k_{gi}$ , полученные по данным ГИС ( $i=1, 2, \dots, n$ );
- » средняя по толщине пласта проницаемость  $K$ ;
- » коэффициент неоднородности Дайкстры – Парсона  $V_{DP}$ .

Требуется определить истинную проницаемость интервалов  $k_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ).

Задача решается в следующей последовательности.

1. Определяется параметр  $\sigma_{ln}$  распределения (4) по формуле (14).
2. Определяется математическое ожидание проницаемости по формуле (3).
3. Определяется параметр  $\mu$  распределения (4) по формуле (16).
4. Интервалы пласта ранжируются в порядке

( $n = 30$ ), as an example. Fig. 3 shows that the probability density of order statistics and represents a rather “narrow” function, therefore for the estimation of the unknown value  $x_{(i)}$ , when the number  $n$  has a high value, it is possible to use the mathematical estimate  $E_i$ :  $x_{(i)} \approx E_i$

The idea of this substitution is the basis of the non-reference measurement method [7]. The tolerance error  $x_{(i)} - E_i$  when using this method will be reduced with the increase of the selection size  $n$ .

The estimation of  $E_i$  values is carried out using the formulae (23) and (24) and by a numerical integral evaluation (24).

## Non Reference Measurement Method for the estimation of permeability distribution in drill holes

First of all, let us assume that the permeability values on the basis of GDHL  $k_{gi}$  are obtained at equal formation intervals  $h_1 = h_2 = \dots = h_n$ . This applies when the well-logging curves and the results of their interpretation are presented in an LAS-format, when the parameters of the formation are estimated evenly, at every 0.1 or 0.2 metres. This restriction allows a direct application of the idea of non-reference estimations, described above.

Let us assume that the permeability distribution is logarithmically normal. The following initial information is provided:

- » values of permeability of the formation intervals  $k_{gi}$  obtained on the basis of GDHL data ( $i=1, 2, \dots, n$ );
- » average permeability through the reservoir thickness  $K$ .
- » Dykstra–Parsons coefficient of heterogeneity  $V_{DP}$

It is required to estimate the true permeability of the  $k_i$  intervals ( $i = 1, 2, \dots, n$ );

The task shall be resolved in the following sequence:

1. The distribution parameter  $\sigma_{ln}$  (4) is estimated using formula (14).
2. The mathematical permeability expectation is estimated using formula (3).
3. The distribution parameter  $\mu$  (4) is estimated using formula (16).
4. The formation intervals shall be arranged in increasing order by comparing the  $k_{gi}$  values corresponding to different intervals. Thus, the initial selection  $(k_{g1}, k_{g2}, \dots, k_{gn})$  will be transformed to a selection in the sequence  $(k_{g(1)}, k_{g(2)}, \dots, k_{g(n)})$ .
5. The mathematical expectations of order statistics  $E_i$  will be estimated by numerical integration using formulae (23) and (24), which allows us to obtain a range of selected true permeability values  $(k_{(1)}, k_{(2)}, \dots, k_{(n)})$  using an approximate substitution  $k_{(i)} \approx E_i$ .
6. By comparing the range of selected values  $(k_{g(1)}, k_{g(2)}, \dots, k_{g(n)})$  and  $(k_{(1)}, k_{(2)}, \dots, k_{(n)})$ , we obtain a functional connection between the true permeability and the permeability obtained on the basis of GDHL data:  $k = \lambda(k_g)$ .

возрастания проницаемости путем сравнения значений  $k_{gi}$ , соответствующих различным интервалам. При этом исходная выборка  $(k_{g1}, k_{g2}, \dots, k_{gn})$  преобразуется в ранжированную выборку  $(k_{g(1)}, k_{g(2)}, \dots, k_{g(n)})$ .

5. Численным интегрированием по формулам (23) и (24) определяются математические ожидания порядковых статистик  $E_i$ , что позволяет получить ранжированную выборку истинных проницаемостей  $(k_{(1)}, k_{(2)}, \dots, k_{(n)})$  с помощью приближенной замены  $k_{(i)} \approx E_i$ .

6. Путем сопоставления ранжированных выборок  $(k_{g(1)}, k_{g(2)}, \dots, k_{g(n)})$  и  $(k_{(1)}, k_{(2)}, \dots, k_{(n)})$  определяется функциональная связь между истинной проницаемостью и проницаемостью по данным ГИС:  $k = \lambda(k_g)$ .

Описанная последовательность расчетов применяется для всех скважин, по которым имеется требуемая исходная информация. При этом необходимо проводить тщательный сравнительный анализ всех исследованных интервалов и соотношений, полученных для всех скважин, для того, чтобы выявить некоторые общие закономерности, которые можно будет без риска применить уже и для скважин аналогов, по которым часть исходной информации отсутствует (например, есть данные ГИС, но нет сведений о параметрах функции распределения истиной проницаемости – К и  $V_{DP}$ ).

**Пример:** Пусть средняя эффективная проницаемость пласта, вскрытого данной скважиной,  $K=7,2$  мД, коэффициент  $V_{DP}=0,8$ , относительная проницаемость  $K_r=0,8$ . Значения проницаемости по данным ГИС  $k_{gi}$ , образующие выборку объемом  $n=29$  и характеризующие интервалы пласта толщиной 0,4 м, приведены в табл. 1 в порядке возрастания глубины расположения интервалов.

1. Определим стандартное отклонение по формуле (14)

$$\sigma_{\ln} = -\ln(1-V_{DP}) = -\ln(1-0,8) = -\ln(0,2) = 1,61.$$

2. Определим среднюю проницаемость по формуле (3)

$$\bar{k} = K / K_r = 7,2 / 0,8 = 9 \text{ мД.}$$

3. Определим параметр логнормального распределения (4) по формуле (16)

$$\mu = \ln \bar{k} - \sigma_{\ln}^2 / 2 = \ln 9 - 1,61^2 / 2 \approx 0,9.$$

4. Отранжируем значения  $k_{gi}$  из табл. 1 и расположим их в табл. 2 в порядке возрастания.

5. Рассчитаем значения математических ожиданий  $E_i$  по формулам (23) и (24) и расположим их в табл. 2.

6. Восстановим проницаемости по вертикали путем обратной перестановки интервалов в порядке роста глубины их расположения (см. табл. 1). Значения  $k_{(i)}$

The described order of calculations is used for all wells, where the required initial information is available. This being said, it is necessary to carry out a thorough comparative analysis of all the studied intervals and ratios obtained for all wells, in order to identify some general patterns, which may be also used safely for similar wells, where part of the initial information is not available (e.g. there are GDHL data available, but no data on the parameters of the true permeability distribution function – K and  $V_{DP}$ ).

**Example:** We assume that the average effective permeability of a formation cut open by a certain drill hole  $K=7.2$  мД, the coefficient  $V_{DP}=0.8$ , and the relative permeability  $K_r=0.8$ . The permeability values based on GDHL data  $k_{gi}$ , forming a selection size of  $n=29$ , and characterising the formation intervals of 0.4 m thickness, are listed in Table 1 below in the order of increasing depth of the intervals.

1. Estimate of standard deviation using formula (14)

$$\sigma_{\ln} = -\ln(1-V_{DP}) = -\ln(1-0,8) = -\ln(0,2) = 1,61.$$

2. Average permeability is estimated with formula (3)

$$\bar{k} = K / K_r = 7,2 / 0,8 = 9 \text{ мД.}$$

3. The parameter of logarithmically normal distribution (4) is estimated using formula (16)

$$\mu = \ln \bar{k} - \sigma_{\ln}^2 / 2 = \ln 9 - 1,61^2 / 2 \approx 0,9.$$

4. The values  $k_{gi}$  from Table 1 are arranged in Table 2 in increasing order.

5. The values of mathematical expectations  $E_i$  are estimated using formulae (23) and (24) and arranged in Table 2.

6. Reconstruct the permeability vertically by reverse rearrangement of intervals in the order of their increasing depth (see Table 1). Values  $k_{(i)}$  from Table 2 to Table 1 shall be transferred so that the values of  $k_g$ , located in one row with  $k_{(i)}$  in Table 1 and Table 2 coincide.

Fig. 4 shows the relationship of  $k = \lambda(k_g)$ , reflecting the functional connection between the columns 2 and 3 of Table 1.

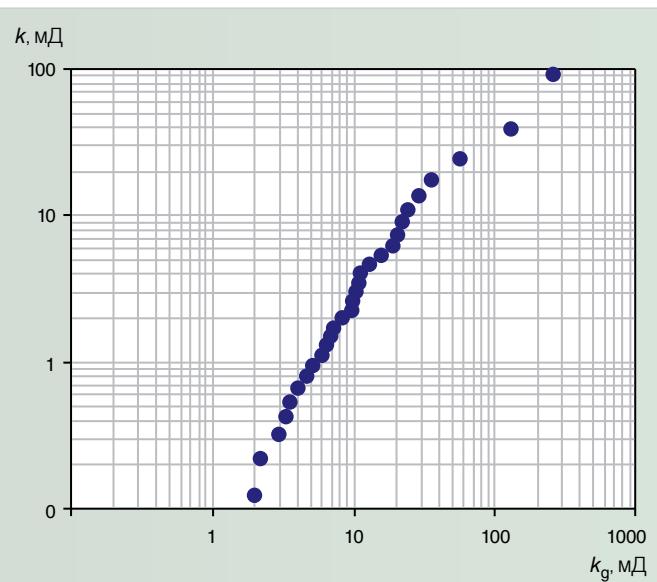
As you can see, this relationship is non-linear, unlike the relationship (20). It should be noted that the average value

$$\bar{k} = E[k] \approx \frac{1}{H} \sum_{i=1}^n h_i k_i = \frac{1}{11,6} \sum_{i=1}^n 0,4 \cdot k_i = 9 \text{ мД}$$

and the coefficient of heterogeneity

$$V_{DP} = \frac{k_m - k_{16}}{k_m} \approx \frac{2,3 - 0,45}{2,3} \approx 0,8$$

coincide with the initially assigned values.



**Рис. 4.** Зависимость  $k = \lambda(k_g)$

**Fig. 4.** The relationship  $k = \lambda(k_g)$

из табл. 2 в табл. 1 переносятся так, чтобы значения  $k_g$ , стоящие в одной строке с  $k_{(j)}$  в табл. 1 и табл. 2, совпадали.

На рис. 4 представлена зависимость  $k = \lambda(k_g)$ , отражающая функциональную связь между столбцами 2 и 3 табл. 1. Как видно, эта зависимость существенно нелинейная, в отличие от зависимости (20).

Отметим, что среднее значение

$$\bar{k} = E[k] \approx \frac{1}{H} \sum_{i=1}^n h_i k_i = \frac{1}{11,6} \sum_{i=1}^n 0,4 \cdot k_i = 9 \text{ мД}$$

и коэффициент неоднородности

$$V_{DP} = \frac{k_m - k_{16}}{k_m} \approx \frac{2,3 - 0,45}{2,3} \approx 0,8$$

совпадают с первоначально заданными величинами.

### Практическое применение методики

Предлагаемая методика определения поля проницаемости была опробована при создании секторной гидродинамической модели одного из месторождений ОАО «НК «Роснефть». Первоначально для определения проницаемости на этом месторождении использовалась зависимость пористость – проницаемость вида

$$(26) \quad \ln k_g = 0,0023m^{2,7} - 3,224$$

или

$$(27) \quad k_g = \exp(0,0023m^{2,7} - 3,224),$$

где  $m$  – пористость, %, определенная по данным ГИС.

Номер интервала $i$ Interval No	$k_{gi}$ , мД $k_{gi}$ , MD	$k_{gi}$ , мД $k_{gi}$ , MD	Номер интервала в ранжированной выборке Selected range of values, Interval No	$k_{gi}$ , мД $k_{gi}$ , MD	$Ei=k_{(j)}$ , мД $Ei=k_{(j)}$ , MD
1	4,05	0,66	1	1,98	0,12
2	4,68	0,80	2	2,21	0,22
3	1,98	0,12	3	2,95	0,32
4	6,32	1,30	4	3,32	0,43
5	6,84	1,51	5	3,54	0,54
6	2,21	0,22	6	4,05	0,66
7	8,33	2,00	7	4,68	0,80
8	11,13	4,02	8	5,17	0,95
9	24,17	10,98	9	5,90	1,12
10	12,91	4,66	10	6,32	1,30
11	2,95	0,32	11	6,84	1,51
12	15,83	5,42	12	7,24	1,74
13	56,80	24,79	13	8,33	2,00
14	10,34	3,03	14	9,61	2,30
15	22,29	9,00	15	9,93	2,64
16	3,32	0,43	16	10,34	3,03
17	9,61	2,30	17	10,81	3,49
18	131,42	39,22	18	11,13	4,02
19	28,49	13,74	19	12,91	4,66
20	3,54	0,54	20	15,83	5,42
21	19,00	6,35	21	19,00	6,35
22	9,93	2,64	22	20,57	7,51
23	5,90	1,12	23	22,29	9,00
24	10,81	3,49	24	24,17	10,98
25	36,18	17,87	25	28,49	13,74
26	264,56	94,26	26	36,18	17,87
27	7,24	1,74	27	56,80	24,79
28	20,57	7,51	28	131,42	39,22
29	5,17	0,95	29	264,56	94,26

**Табл. 1 Table 1**

**Табл. 2 Table 2**

### Practical application of this method

The proposed method for estimating the permeability range was tested at the time of the creation of the sector hydrodynamic model of one of the oilfields of Rosneft. Initially, for the estimation of the permeability of this oilfield, a relationship of porosity and permeability was used:

$$(26) \quad \ln k_g = 0,0023m^{2,7} - 3,224$$

or

$$(27) \quad k_g = \exp(0,0023m^{2,7} - 3,224),$$

where  $m$  is the porosity in %, estimated on the basis of GDHL data.

As a result of this estimate, using a method of non-reference measurement, the adjusted values of permeability were obtained, the interval comparison of these with the porosity values, and following a generalisation of these estimates for all the wells, this showed that the relationship of porosity and true permeability is described by the function

$$(28) \quad \ln k = 0,92m - 12,88.$$

В результате расчетов по методу безэталонных измерений были получены скорректированные значения проницаемости, поинтервальное сопоставление которых со значениями пористости с последующим обобщением на все скважины показало, что связь пористость – истинная проницаемость описывается функцией

$$(28) \quad \ln k = 0,92m - 12,88.$$

Сравнение исходной (26) и скорректированной (28) петрофизических зависимостей приведены на рис. 5. На рис. 6 представлены результаты расчетов, полученные с использованием исходной гидродинамической модели и модели, в которой проницаемость была определена по методу безэталонных измерений. Как видно, предложенный нами метод позволяет сразу (без процедуры history matching) добиться очень хорошего совпадения результатов расчетов с промысловыми данными.

Детали расчетов с обобщением на случай неравномерного распределения значений  $k_{gi}$  по глубине пласта (разные  $h_i$ ) будут рассмотрены в следующей публикации на эту тему.

### Заключение

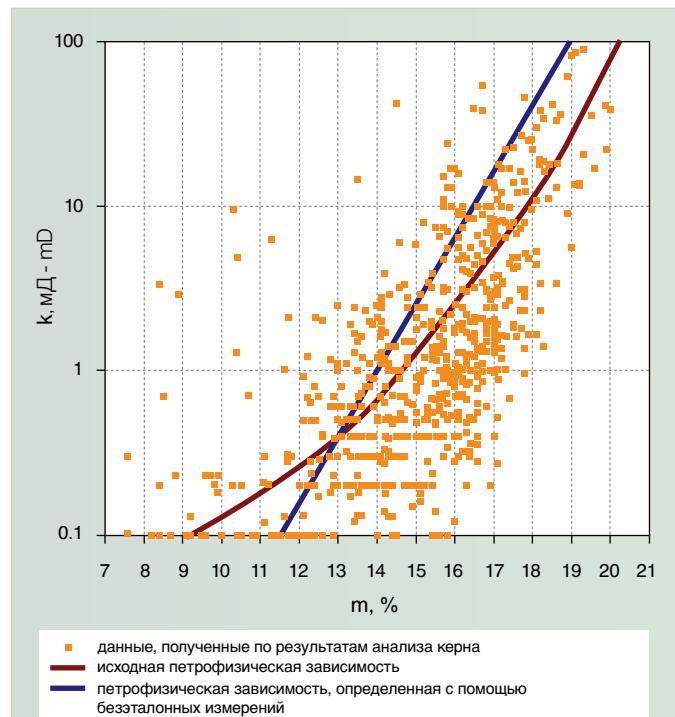
Предложенный алгоритм определения профиля вертикального распределения проницаемости может быть использован для переинтерпретации результатов ГИС с учетом данных эксплуатации скважин. Этот метод корректировки значений проницаемости позволяет добиться соответствия между расчетной и реальной производительностью скважины, а также решить задачу адекватного описания характеристики вытеснения нефти из пласта (корректного расчета динамики обводнения продукции скважины).

На примере реального месторождения показано, что применение предложенного алгоритма при создании 3D гидродинамических моделей дает возможность получить хорошее начальное приближение к истории разработки без процедуры history matching. При выводе ключевых соотношений, лежащих в основе алгоритма, было сделано допущение о том, что толщины интервалов одинаковы. Это предположение соответствует представлению геофизической информации в формате LAS-файлов. Однако такие файлы не всегда доступны, в связи с чем предложенный метод требует обобщения на случай разной толщины прослоев.

The comparison of the initial (26) and the corrected (28) petro-physical functions are shown in Fig. 5.

Fig. 6 shows the results of the estimates, obtained with the use of an initial hydrodynamic model and the model in which the permeability was estimated using the method of non-reference measurements. As can be seen, the proposed method allows the immediate achievement (without using the history matching procedure) of a very good match of the estimated results with the field data.

The details of the generalised estimates, assuming a random distribution of the values  $k_{gi}$  along the depth of the formation (different  $h_i$ ) shall be reviewed in the next publication on this issue.



**Рис. 5. Зависимость  $k = f(m)$ :**

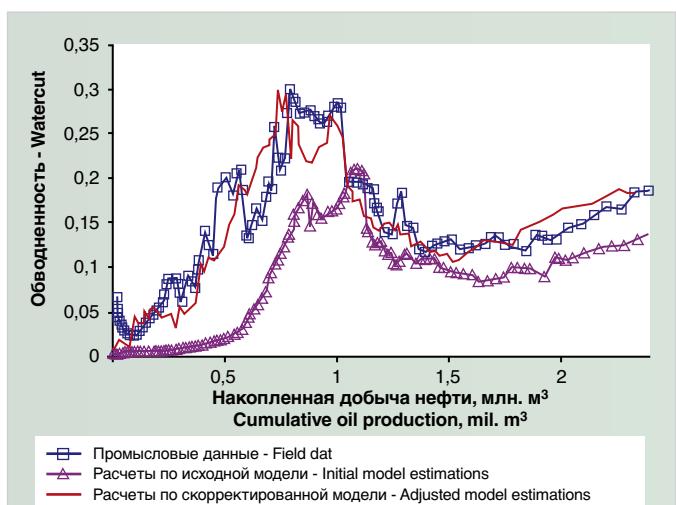
1 – исходная петрофизическая зависимость (26);  
2 – петрофизическая зависимость, определенная с помощью метода безэталонных измерений (28) (точками представлены данные, полученные по результатам анализа керна)

**Fig. 5. The relationship  $k = f(m)$ :**

1-initial petro-physical relationship (26); 2 – petro-physical relationship, estimated with the method of non-reference measurements (28) (dots represent the data, obtained on the basis of the core analysis results).

### Abstract

The proposed algorithm for estimating profiles of the vertical permeability distribution may be used for the re-interpretation of the GDHL results, with an allowance for well operation data. This method



**Рис. 6.** Результаты расчетов с помощью исходной и скорректированной моделей

**Fig. 6.** Results of estimates obtained with the help of the initial adjusted model

### Список литературы

1. Косентино Л. Системные подходы к изучению пластов. – М. – Ижевск: ИКИ, 2008. – 400 с.
2. Дейк Л.П. Практический инженеринг резервуаров. – М. – Ижевск: ИКИ, 2008. – 668 с.
3. Уолш М., Лейк Л. Первичные методы разработки месторождений углеводородов. – М. – Ижевск: ИКИ, 2008. – 652 с.
4. *Statistics for Petroleum Engineers and Geoscientists*// J.L. Jensen, P.W.M. Corbett, L.W. Lake, D.J. Gaggin /Elsevier, 2000. – 362 p.
5. Willhite G.P. Waterflooding// SPE Textbook Series, 1986. – 365p.
6. Dykstra H., Parsons R.L. The Prediction of Oil Recovery by Waterflooding // Secondary Recovery of Oil in the United States, 1948 API Spring Meeting, Los Angeles, May.
7. Ефимов А.Н. Порядковые статистики – их свойства и приложения. – М.: Знание, 1980. – 64 с.
8. Мирзаджанзаде А.Х., Хасанов М.М., Бахтизин Р.Н. Моделирование процессов нефтегазодобычи. – М. – Ижевск: ИКИ, 2008. – 368 с.
9. Сархан А.Е., Гринберг Б.Г. Введение в теорию порядковых статистик.– М.: Статистика, 1970. – 414 с.

Эта статья была опубликована в Научно-техническом вестнике ОАО «НК Роснефть», №4, 2009 г., с.14 – 21; ISSN 2074-2339, и заняла второе место в конкурсе на лучшую публикацию в вестнике в 2009 г. Напечатано с разрешения редакционной коллегии.

of permeability value correction allows us to achieve conformity between the design (estimated) capacity and the true well production capacity, and also for the solution of problems such as adequate descriptions of the characteristics of oil production from the reservoir (correct estimation of water encroachment dynamics).

On the basis of examples from the actual oil field, it was shown that the application of the proposed algorithm for the construction of 3D hydrodynamic models allows for a good initial match with the development history, without using a “history matching” procedure.

When deriving the key relationships, which form the basis of the algorithm, it was assumed that the thickness of the intervals were equal. This assumption complies with the presentation of the geophysical information in the LAS-file format. However, such files are not always available, and therefore the proposed method requires generalisation for cases where there are varying thicknesses in the intermediate strata.

### Reference

1. Kosentino L. Systemic Approach to Reservoir Studies. – M. – Izhevsk: IKI, 2008. – 400 pages.
2. Dake L. Practical Engineering of Reservoirs – M. – Izhevsk: IKI, 2008. – 668 pages.
3. Walsh M., Lake L. Initial Methods of Development of Hydrocarbon Fields M. – Izhevsk: IKI, 2008. – 652 pages
4. *Statistics for Petroleum Engineers and Geoscientists*// J.L. Jensen, P.W.M. Corbett, L.W. Lake, D.J. Gaggin /Elsevier, 2000. – 362 pages
5. Willhite G.P. Waterflooding // SPE Textbook Series, 1986. – 365 pages.
6. Dykstra H., Parsons R.L. Prediction of Oil Recovery by Waterflooding // Secondary Recovery of Oil in the United States, 1948 API Spring Meeting, Los Angeles, May.
7. Efimov A.N. Order Statistics – Their Properties & Applications. – M.: Znanie, 1980. – 64 pages
8. Mirzadjanzade A.H., Khasanov M.M., Bakhtizin R.H. Modelling of Oil & Gas Recovery. – M. – Izhevsk: IKI, 2008. – 368 pages
9. Sarkhan A.E., Greenberg B.G. Introduction to the Theory of Order Statistics– M.: Statistika, 1970. – 414 pages

This article was published in the NK Rosneft Scientific and Technical Newsletter (Nauchno-tehnicheskiy Vestnik OAO "NK "Rosneft", No.4, 2009, pp. 14-21; ISSN 2074-2339) and won the 2-nd prize in the 2009 competition for the best publication in the newsletter. Printed with permission from the Editorial Board.