

Муфазалов Р. Ш., Научно-производственная фирма «Пакер», г. Октябрьский, РБ

R. S. Mufazalov, Paker Scientific and Production Firm, Oktyabrskiy, Republic of Bashkortosta

## Теорема Тима: Фундаментальная основа новой парадигмы подземной гидродинамики Часть 1

### Tim's Theorem: A New Paradigm for Underground Hydrodynamics Part 1

#### «О нелокальности причин»

*«Изолированных систем не существует, что вся система, даже разделенная на части огромными расстояниями, между которыми отсутствуют сигналы, поля, механические силы, энергии и т.д., функционируют как единая Система».*

Джон Стюарт Белл 1928 - 1990.

#### “On nonlocality of Reasons”

*“Isolated systems do not exist, and all systems even split by huge distances into parts with no signals, fields, mechanical forces, energy, etc. between them function like a consistent System”.*

John Stuart Bell

1928 - 1990.

Статья является продолжением публикаций [1,5,8...11], дополнением к ранее опубликованным работам по данной тематике и включает ответы на вопросы о потере давления, притока при фильтрации жидкости в зонально-неоднородном пласте, коэффициенте пропорциональности для базовых гидродинамических параметров, а также о взаимосвязи и взаимозависимости основных гидродинамических параметров зонально-неоднородного пласта, заданные читателями публикаций и участниками конференций [3,5,6,9] в процессе обсуждения. В связи с этим, более подробно

The article continues the publications [1, 5, 8...11], and supplies answers to the questions about pressure loss, influx during fluid filtration in zonally heterogeneous beds, proportionality factors for basic hydrodynamic parameters as well as the interrelation and interdependency between major hydrodynamic parameters of zonally heterogeneous beds. These questions were asked by the readers of the articles and attendees of conferences [3, 5, 6, 9]. On this basis we set out more clearly the formulas and calculations of bottom-hole pressure (BHP) loss  $\Delta P_s$ , skin-factor formulas ( $S$ ) and other basic hydrodynamic parameters of zonally heterogeneous beds.

излагается вывод формулы для расчета потери забойного давления  $\Delta P_s$ , формулы скин-фактора  $S$  и других базовых гидродинамических параметров зонально-неоднородного пласта.

**«Теорема Тима»** гласит, что **«Любые изменения проницаемости продуктивного пласта приводят к пропорциональному изменению его продуктивности, гидропроводности, забойного давления, динамического уровня жидкости, текущего притока и потенциального дебита, а безразмерные относительные их величины равны между собой».**

Система «Продуктивный пласт – скважина – насосное (лифтовое) оборудование» – единая, неразделимая гидродинамическая система, взаимосвязанная фундаментальными зависимостями, отражающими единство и взаимосвязь всех гидродинамических параметров этой системы [4] (в дальнейшем – система).

Теорема Тима основана на трех фундаментальных взаимосвязанных законах подземной гидродинамики:

1. закон о пропорциональности базовых гидродинамических параметров системы [1,2]. В качестве коэффициента пропорциональности выступает значение **Скин – фактора  $S$** ;
2. закон о единстве, взаимосвязи и взаимозависимости базовых гидродинамических параметров системы [3], (ни один параметр системы, кроме независимых переменных:  $P_{пл}$  и  $k$ , самостоятельно не функционирует);
3. закон о равенстве между собой безразмерных относительных величин базовых гидродинамических параметров системы [5].

## 1. Вывод формулы для расчета потери давления $\Delta P_k$ при фильтрации жидкости в скважину

### 1.1. Аналитический вывод формулы для расчета потери давления $\Delta P_k$ при фильтрации жидкости (рис. 1.1).

Чтобы получить формулу для расчета потери пластового давления  $\Delta P_k$  при фильтрации жидкости, рассмотрим однородный продуктивный пласт вокруг стенки скважины с коэффициентом проницаемости  $k$  пласта, контура питания  $R_k$ , пластовым давлением  $P_{пл}$  и мощностью пласта  $h$  (рис. 1.1).

Выделим внутри пласта кольцевой слой с радиусом  $r$  и толщиной  $dr$ , ограниченной поверхностями с однородной проницаемостью  $k$ . Направление фильтрации жидкости – радиальное. В соответствии с линейным законом фильтрации общий объемный приток жидкости  $Q$  через единицу площади  $F$  равен

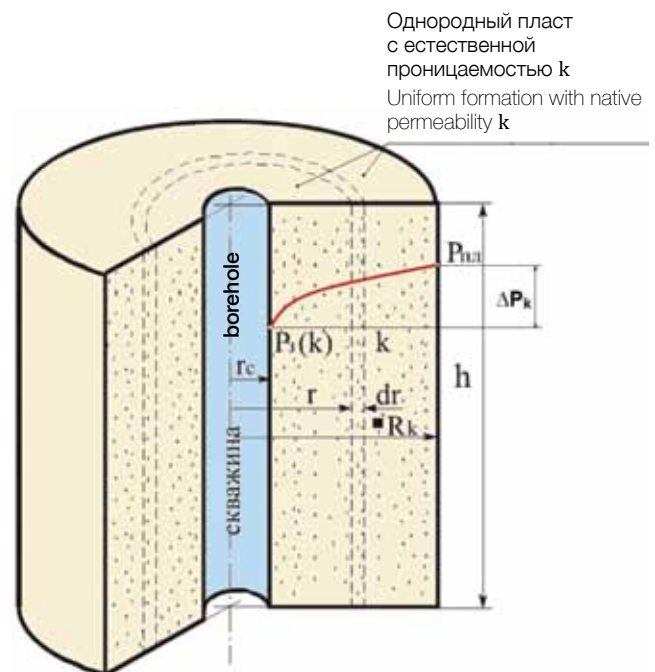
**“Tim’s Theorem”** says that **“Any changes of productive formation permeability lead to proportional changes in its productivity, hydroconductivity, BHP, dynamic fluid level, current influx and production potential, and their dimensionless relative values are equal to each other”**.

“Productive formation – well – pumping (tubing) equipment” is a unified, inseparable hydrodynamic system, interrelated by fundamental dependencies that reflect the unity and interrelation of all hydrodynamic system parameters [4] (hereinafter: the system).

Tim’s Theorem is based on the three fundamental interrelated laws of subsurface hydrodynamics:

1. law on proportionality of basic hydrodynamic parameters of the system [1, 2].

The **skin-factor** value  $S$  is used here.



**Рис.1.1:** Схема для аналитического вывода формулы для расчета потери пластового давления  $\Delta P_k$  при фильтрации жидкости для однородного пласта по проницаемости. (Кривая изменения пластового давления в околоскважинном пространстве при естественной проницаемости  $k$  пласта).  $P_{пл}$  – пластовое давление;  $P_s(k)$  – забойное давление;  $r_c$  – радиус скважины;  $R_k$  – радиус контура питания скважины;  $h$  – мощность пласта;  $\Delta P_k$  – падение пластового давления в околоскважинном пространстве при фильтрации жидкости.

**Fig. 1.1:** Layout for development of the formula to calculate of the pressure loss  $\Delta P_k$  in the process of fluid filtration in a formation with uniform permeability. (The curve of formation pressure changes of the borehole environment under the native formation permeability  $k$ ).  $P_{пл}$  is the formation pressure;  $P_s(k)$  is the BHP;  $r_c$  is the well radius;  $R_k$  is the wellbore external boundary;  $h$  is the formation thickness and  $\Delta P_k$  is the formation pressure loss in the borehole environment during the fluid filtration.

$Q = \frac{k \cdot F}{\mu} \cdot \frac{dP}{dr}$ , (1.1) где  $k$  – коэффициент проницаемости;  $F$  – площадь фильтрации жидкости,  $F=2\pi rh$ ;  $\mu$  – динамическая вязкость пластовой жидкости;  $dP/dr$  – радиальный градиент давления. Уравнение (1.1) перепишем в виде

$$Q = \frac{k 2\pi r h}{\mu} \cdot \frac{dP}{dr}, \quad (1.2) \text{ Разделив переменные,}$$

запишем

$$dP = \frac{Q \cdot \mu}{k \cdot 2 \cdot \pi \cdot h} \cdot \frac{dr}{r}, \quad (1.3) \text{ Интегрирование этого}$$

уравнения дает

$$P = \frac{Q \cdot \mu}{2 \cdot \pi \cdot h \cdot k} \cdot \ln r + C_k, \quad (1.4) \text{ где } C_k \text{ – постоянная}$$

интегрирования, зависящая от проницаемости пласта  $k$ , а  $r \in [r_c, R_k]$ . Чтобы исключить  $C_k$ , подставляем значения переменных на границах стенки участка  $dr$ , а именно

$r = R_k$  и  $r = r_c$ , в уравнение (1.4) и получим следующие два уравнения:

при  $r = R_k$ , получим пластовое давление т.е.  $P=P_{пл}$

$$P_{пл} = \frac{Q \cdot \mu}{2 \cdot \pi \cdot h \cdot k} \cdot \ln R_k + C_k; \quad (1.5)$$

а при  $r = r_c$ , получим забойное давление т.е.  $P=P_{з(k)}$ ,

$$P_{з(k)} = \frac{Q \cdot \mu}{2 \cdot \pi \cdot h \cdot k} \cdot \ln r_c + C_k, \quad (1.6)$$

где  $P_{пл}$  – пластовое давление, а  $P_{з(k)}$  – давление у стенки скважины (забойное давление) при естественной проницаемости  $k$  пласта.

Вычитая из уравнения (1.5) уравнение (1.6), находим потери давления  $\Delta P_k$  при фильтрации пластовой жидкости в скважину при естественной проницаемости  $k$  пласта

$$P_{пл} - P_{з(k)} = \Delta P_k = \frac{Q \cdot \mu}{2\pi \cdot h \cdot k} \cdot (\ln R_k - \ln r_c) = \frac{Q \cdot \mu}{2 \cdot \pi \cdot h \cdot k} \cdot \ln \frac{R_k}{r_c}.$$

или

$$\Delta P_k = \frac{Q \cdot \mu}{2 \cdot \pi \cdot h \cdot k} \cdot \ln \frac{R_k}{r_c}. \quad (1.7)$$

Следовательно,  $\Delta P_k$  – падение пластового давления при фильтрации жидкости в околоскважинном пространстве прямо пропорционально натуральному логарифму отношения радиуса контура питания пласта  $R_k$  к радиусу скважины  $r_c$ , и обратно пропорционально коэффициенту проницаемости  $k$  пласта.

Следует отметить, что вывод уравнения (1.7) аналогичен выводу уравнения теплопроводности цилиндрической стенки [4], а в теории однофазной фильтрации уравнение (1.7) называется формулой Дюпюи.

2. law on unity, interrelation and interdependency of basic hydrodynamic parameters of the system [3], (there is no parameters of the system that functions separately except independent variables  $P_{пл}$  and  $k$ );

3. law on mutual equality of relative values of basic hydrodynamic system parameters [5].

## 1. Developing a formula to calculate pressure loss $\Delta P_k$ in the process of fluid filtration into the wellbore

### 1.1. Analytical development of the formula for calculation of the pressure loss $\Delta P_k$ in the process of fluid filtration (Fig. 1.1).

To obtain this formula let us consider some uniform productive formations around the borehole wall which will, for the sake of discussion, have a formation permeability factor  $k$ , external boundary  $R_k$ , formation pressure  $P_{пл}$  and formation thickness  $h$  (Fig. 1.1).

Within the formation, let us select some annular level with  $r$  radius and  $dr$  thickness limited by surfaces with uniform permeability  $k$ . Direction of the fluid filtration is radial. According to the linear filtration law the total volume of fluid influx  $Q$  through the area unit  $F$  is equal to

$$Q = \frac{k \cdot F}{\mu} \cdot \frac{dP}{dr}, \quad (1.1) \text{ where } k \text{ is the permeability}$$

factor;  $F$  is the fluid filtration area,  $F=2\pi rh$ ;  $\mu$  is the dynamic viscosity of formation fluid;  $dP/dr$  is the radial gradient of pressure. Let us rewrite the equation (1.1) like this:

$$Q = \frac{k 2\pi r h}{\mu} \cdot \frac{dP}{dr}, \quad (1.2) \text{ After division of variables we}$$

will obtain the following:

$$dP = \frac{Q \cdot \mu}{k \cdot 2 \cdot \pi \cdot h} \cdot \frac{dr}{r}, \quad (1.3) \text{ Integrating this equation gives}$$

the following -

$$P = \frac{Q \cdot \mu}{2 \cdot \pi \cdot h \cdot k} \cdot \ln r + C_k, \quad (1.4) \text{ where } C_k \text{ is the}$$

constant of integration and dependent upon the formation permeability  $k$  and  $r \in [r_c, R_k]$ . To exclude  $C_k$ , we substitute the values of variables at the borders of site wall  $dr$ , namely  $r = R_k$  and  $r = r_c$ , in equation (1.4) and obtain the following two equations:

when  $r = R_k$ , we will obtain the formation pressure, i.e.  $P=P_{пл}$

$$P_{пл} = \frac{Q \cdot \mu}{2 \cdot \pi \cdot h \cdot k} \cdot \ln R_k + C_k; \quad (1.5)$$

and when  $r = r_c$ , we will obtain BHP, i.e.  $P=P_{з(k)}$ ,

$$P_{з(k)} = \frac{Q \cdot \mu}{2 \cdot \pi \cdot h \cdot k} \cdot \ln r_c + C_k, \quad (1.6)$$





МОСКОВСКИЕ  
НЕФТЕГАЗОВЫЕ  
КОНФЕРЕНЦИИ

# Встречи заказчиков и подрядчиков топливно-энергетического комплекса

Москва, улица Тверская, 22, отель InterContinental



## Февраль

### ИНВЕСТИЭНЕРГО

Инвестиционные проекты в электроэнергетике

Обзор инвестиционных проектов и модернизация российской электроэнергетики, вопросы материально-технического обеспечения в отрасли, практика закупочной деятельности в крупнейших российских компаниях

ТЕХ. А.100 — Направление: закупки оборудования и услуг в электроэнергетике

ТЕХ. А.ВР.100 — Направление: закупки электротехники



## Март

### НЕФТЕГАЗСНАБ

Снабжение в нефтегазовом комплексе

Конференция собирает руководителей служб материально-технического обеспечения нефтегазовых компаний. Обсуждается организация закупочной деятельности, практика импортозамещения, оплата и приемка поставленной продукции, информационное обеспечение рынка

ТЕХ. А.100 — Направление: закупки оборудования и услуг в электроэнергетике

ИЗ. А.000.100 — База поставщиков импортного оборудования

ТЕХ. А.ВР.100 — Направление: закупки электротехники



## Май

### НЕФТЕГАЗСТРОЙ

Строительство в нефтегазовом комплексе

Формирование цивилизованного рынка в нефтегазовом строительстве, практика выбора строительных подрядчиков, создание российских ЕРС-фирм, увеличение доли российских компаний на нефтегазостроительном рынке, расценки и порядок оплаты проводимых работ

ТЕХ. А.100 — Направление: закупки строительных материалов и услуг в нефтегазовом комплексе

ИЗ. А.000.100 — База поставщиков импортного оборудования

ТЕХ. А.ВР.100 — Направление: закупки электротехники



## Сентябрь

### НЕФТЕГАЗОПЕРЕРАБОТКА

Модернизация производств для переработки нефти и газа

Вопросы модернизации нефтеперерабатывающих и нефтехимических мощностей, проблемы взаимодействия с лицензиарами, практика импортозамещения, современные модели управления инвестиционными проектами, стандарты и требования безопасности

ТЕХ. А.100 — Направление: закупки оборудования и услуг в электроэнергетике

ИЗ. А.000.100 — База поставщиков импортного оборудования

ТЕХ. А.ВР.100 — Направление: закупки электротехники



## Октябрь

### НЕФТЕГАЗСЕРВИС

Нефтегазовый сервис в России

Традиционная площадка для встреч руководителей геофизических, буровых предприятий, а также компаний, занятых ремонтом скважин. Подрядчики в нефермальной обстановке обсуждают актуальные вопросы со своими заказчиками – нефтегазовыми компаниями

ТЕХ. А.100 — Направление: закупки оборудования и услуг в электроэнергетике

ИЗ. А.000.100 — База поставщиков импортного оборудования

ТЕХ. А.ВР.100 — Направление: закупки электротехники



## Ноябрь

### НЕФТЕГАЗРЕКЛАМА

Продвижение продукции и услуг для нефтегазового комплекса

Обсуждение сложных продаж на рынке B2B. Особенности продвижения новой продукции, укрепления бренда поставщика, формирования репутации. Затрагиваются вопросы исследования рынка, прогнозных потребностей нефтегазового комплекса

ТЕХ. А.100 — Направление: закупки оборудования и услуг в электроэнергетике



## Декабрь

### НЕФТЕГАЗШЕЛЬФ

Подряды на нефтегазовом шельфе

Заказчиками оборудования выступают "Газпром нефть", "Роснефть", "ЛУКОЙЛ", "Газпром" и другие крупные компании. В условиях введения экономических санкций необходимо быстро освоить производство жизненно важного оборудования, в первую очередь запасных частей

ТЕХ. А.100 — Направление: закупки оборудования и услуг в электроэнергетике

ИЗ. А.000.100 — База поставщиков импортного оборудования

ТЕХ. А.ВР.100 — Направление: закупки электротехники

Уравнение (1.7) представляет собой уравнение логарифмической кривой, следовательно, при фильтрации жидкости по пласту к скважине, падение давления  $\Delta P_k$  изменяется по логарифмическому закону (рис. 1.1).

## 1.2. Вывод формулы для расчета потери забойного давления $\Delta P_s$ при фильтрации жидкости в околоскважинном пространстве (в скин-зоне) реальной скважины

Van Everdingen A. F. и Hurst N. (1949) предложили формулу (1\*) для расчета потери давления в околоскважинном пространстве при фильтрации жидкости в скважину [12].

$$\Delta P_s = \frac{Q\mu}{2\pi h \cdot k} S, \quad (1^*)$$

где  $\Delta P_s$  - дополнительные потери пластового давления при фильтрации жидкости в скважину из-за ухудшения проницаемости пласта в скин-слое от  $k$  до  $k_s$ ;  $\mu$  - динамическая вязкость пластовой жидкости  $Q$ ;  $S$  - значение скин-фактора.

Следует отметить, что аналитический вывод выражения (1\*) не существует (и не может существовать!), кроме того, в формуле (1\*) для расчета  $\Delta P_s$  допущены грубые ошибки [1,3,11], где не соблюдены физические законы гидродинамики пласта, нарушена математическая логика и допущены указанные серьезные ошибки. Hawkin M.F.(1956), используя (1\*), предложил для расчета скин-фактора  $S$  формулу:

$$S = \left(\frac{k}{k_s} - 1\right) \ln \frac{R_s}{r_c} \quad (2^*), \text{ вошедшую в учебную и}$$

научную литературу, как Hawkins' formula [13].

Согласно этой формуле,  $S$  может принимать значения от минус бесконечности до нуля и от нуля до плюс бесконечности т.е.  $S \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ ,

без принадлежности области определения, существования и практического использования. Известно, если функция стремится к бесконечности, она практического применения не имеет. Формулы (1\*) и (2\*) не пригодны для определения  $\Delta P_s$ ,  $S$  и других базовых параметров, входящих в систему и должны быть исключены из учебников и учебных пособий подземной гидродинамики. Параметры  $\Delta P_s$  и  $S$  имеют важное значение и входят в состав формулы всех базовых гидродинамических параметров системы зонально-неоднородного пласта. В связи с этим в данной работе в четырех вариантах приводится вывод формулы для расчета значения  $\Delta P_s$  и в пяти вариантах приводится вывод формулы для расчета значения скин-фактора  $S$ .

where  $P_{nl}$  is the formation pressure and  $P_{s(k)}$  is the pressure near the well wall (BHP) under the native formation permeability  $k$ .

Subtracting the equation (1.6) from equation (1.5) we find the pressure losses  $\Delta P_k$  in the process of filtration of formation fluid into the well under the natural formation permeability  $k$ .

$$P_{nl} - P_{s(k)} = \Delta P_k = \frac{Q \cdot \mu}{2\pi \cdot h \cdot k} \cdot (\ln R_k - \ln r_c) = \frac{Q \cdot \mu}{2 \cdot \pi \cdot h \cdot k} \cdot \ln \frac{R_k}{r_c}.$$

or

$$\Delta P_k = \frac{Q \cdot \mu}{2 \cdot \pi \cdot h \cdot k} \cdot \ln \frac{R_k}{r_c}. \quad (1.7)$$

Therefore, the formation pressure loss  $\Delta P_k$  in the process of fluid filtration in the borehole environment is in direct proportion to the natural logarithm of the ratio between the radius of external boundary of formation  $R_k$  and the well radius  $r_c$  and in inverse proportion to native formation permeability factor  $k$ .

It should be noted that the development of equation (1.7) is similar to that of the thermal conductivity equation of a cylindrical wall [4], and in the single-phase filtration theory, equation (1.7) is known as the Dupuis formula.

Equation (1.7) is a logarithmic curve equation, hence during fluid filtration through the formation to the well the pressure drop  $\Delta P_k$  changes in accordance with the logarithmic law (see Fig. 1.1).

## 1.2. Development of the formula for calculation of BHP loss $\Delta P_s$ during fluid filtration in the borehole environment (in skin zone) of the real borehole

A. F. Van Everdingen and N. Hurst (1949) offered formula (1\*) for calculation of the pressure loss in the borehole environment during fluid filtration into the well. [12].

$$\Delta P_s = \frac{Q\mu}{2\pi h \cdot k} S, \quad (1^*)$$

where  $\Delta P_s$  are the additional losses of formation pressure during liquid filtration into the well caused by the impairment of formation permeability of a skin layer from  $k$  to  $k_s$ ;  $\mu$ , which is the dynamic viscosity of the formation liquid  $Q$ ; and  $S$  is the value of skin factor.

It should be noted, that analytical development of expression (1\*) does not exist (and cannot exist!). Besides, in formula (1\*) for the calculation of  $\Delta P_s$  there were major mistakes [1,3, 11], where the physical laws of formation hydrodynamics were waived, the mathematical logic was ignored resulting in the abovementioned serious mistakes. In 1956, M.F. Hawkin, using a (1\*) proposed formula to calculate skin factor  $S$ .

$$S = \left(\frac{k}{k_s} - 1\right) \ln \frac{R_s}{r_c} \quad (2^*),$$



# КАЛЕНДАРЬ

## НЕФТЕГАЗОВЫЕ КОНФЕРЕНЦИИ

ежегодные

ЧЕРНОМОРСКИЕ НЕФТЕГАЗОВЫЕ КОНФЕРЕНЦИИ  
OIL & GAS BLACK SEA CONFERENCES



ЛАУРЕАТ ПРЕМИИ  
ЗОЛОТОЙ МЕРКУРИЙ  
2017

iOilGas  
conference



25 - 30 марта 2019  
Сочи

### 8-я Международная научно-практическая конференция

Инновационные технологии в процессах сбора, подготовки и транспортировки нефти и газа. Проектирование, строительство, эксплуатация и автоматизация производственных объектов

ОРГАНИЗАТОР



ООО «НПФ «Нитро»

27 мая - 1 июня 2019  
Сочи / Роза-Хутор

### 14-я Международная научно-практическая конференция

Современные технологии капитального ремонта скважин и повышения нефтеотдачи пластов. Перспективы развития

ОРГАНИЗАТОР



ООО «НПФ «Нитро»

22 - 27 сентября 2019  
Новороссийск

### 10-я Международная научно-практическая конференция

Строительство и ремонт скважин

ОРГАНИЗАТОР



ООО «НПФ «Нитро»

7 - 12 октября 2019  
Сочи

### 7-я Международная научно-практическая конференция

Интеллектуальное месторождение: инновационные технологии от скважины до магистральной трубы

ОРГАНИЗАТОРЫ



Научно-технический журнал  
«Нефть. Газ. Инновации»



ООО «НПФ «Нитро»

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ПАРТНЕРЫ



СОЮЗ  
НЕФТЕГАЗОПРОИЗВОДИТЕЛЕЙ  
РОССИИ



Государственная фирма  
ФС РФ



СОЮЗ  
ТОРГОВО-ПРОМЫШЛЕННАЯ ПАЛАТА  
КРАСНОДАРСКОГО КРАЯ



Министерство ТЭК и ИЖК  
Краснодарского края



(861) 212-85-85



info@oilgasconference.ru



www.oilgasconference.ru

Для дальнейших рассуждений логарифмическую кривую падения пластового давления из рис. 1.1 перенесем на рис. 1.2 кривая 1).

Ухудшение проницаемости околоскважинного пространства от  $k$  до  $k_s$  на величину  $\Delta k$  приводит к снижению забойного давления от  $P_{z(k)}$  до  $P_{z(ks)}$  на величину  $\Delta P_s$  (рис. 1.2), где  $P_z(k)$  – забойное давление при естественной проницаемости  $k$  пласта (забойное давление идеальной скважины), а  $P_z(ks)$  – забойное давление при ухудшенной проницаемости  $k_s$  пласта (забойное давление реальной скважины). Давление пласта на контуре  $R_s$  равно  $P_{Rs}$ . Кривая 1 характеризует потери пластового давления при фильтрации жидкости в околоскважинном пространстве с естественной проницаемостью  $k$  пласта, следовательно, уравнение (1.7) примет вид (для идеальной скважины)

$$P_{Rs} - P_{z(k)} = \frac{Q\mu}{2\pi h k} \cdot \ln \frac{R_s}{r_c} \quad \text{или} \quad \Delta P_k = \frac{Q \cdot \mu}{2 \cdot \pi \cdot h \cdot k} \cdot \ln \frac{R_s}{r_c} \quad (1.8)$$

Кривая 2 характеризует потери пластового давления при фильтрации жидкости с ухудшенной проницаемостью пласта  $k_s$ , т.е. в скин-зоне, следовательно, уравнение (1.8) примет вид (для реальной скважины)

$$P_{Rs} - P_{z(ks)} = \Delta P_{(ks)} = \frac{Q\mu}{2\pi h k_s} \cdot \ln \frac{R_s}{r_c} \quad (1.9)$$

Потери забойного давления на величину  $\Delta P_s$ , полученный разностью значений между  $P_{z(k)}$  и  $P_{z(ks)}$  (см. рис. 1.2), является результатом скин-фактора  $S$ , т.е.

$$\Delta P_s = P_{z(k)} - P_{z(ks)} \quad (1.10)$$

Падение давления на величину  $\Delta P_{(ks)}$  в скин-слое составит (см. рис. 1.2 и формулу (1.9))

$$\Delta P_{(ks)} = P_{Rs} - P_{z(ks)} \quad (1.11)$$

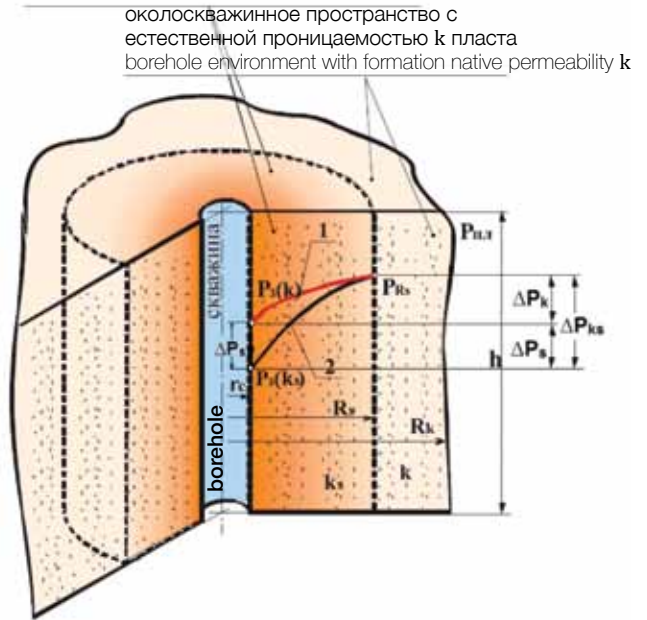
Падение забойного давления на величину  $\Delta P_s$  пропорционально скин-фактору  $S$ , т.е.  $\Delta P_s$  это дополнительное фильтрационное сопротивление из-за ухудшения проницаемости пласта в реальной скважине от  $k$  до  $k_s$ , следовательно,

$$\Delta P_s = (P_{Rs} - P_{z(ks)}) S \quad (1.12)$$

Пользуясь уравнениями (1.9) и (1.12), запишем падение забойного давления  $\Delta P_s$  для зонально-неоднородного пласта в результате нарушения его проницаемости от  $k$  до  $k_s$

$$\Delta P_s = \frac{Q \cdot \mu}{k_s \cdot 2 \cdot \pi \cdot h} \cdot S \cdot \ln \frac{R_s}{r_c} \quad (1.13)$$

околоскважинное пространство с  
ухудшенной проницаемостью  
 $k_s$  пласта  
borehole environment with formation  
degraded permeability  $k_s$



**Рис.1.2.1:** Кривая падения пластового давления при естественной проницаемости  $k$  пласта; 2-кривая падения пластового давления ухудшенной проницаемости пласта;  $k_s$  – коэффициент ухудшенной проницаемости пласта;  $P_{nn}$  – пластовое давление на контуре питания;  $P_{Rs}$  – давление пласта на контуре  $R_s$ ;  $P_z(k)$  – забойное давление при естественной проницаемости пласта;  $P_z(ks)$  – забойное давление при ухудшенной проницаемости пласта;  $P_z(k)$  – радиус нарушения проницаемости (скин-слой);  $R_k$  – радиус контура питания;  $h$  – мощность пласта.

**Fig. 1.2.1:** The curve of the formation pressure drop at native formation permeability  $k$ ; 2 – Curve of the formation pressure drop with degraded formation permeability;  $k_s$  – Coefficient of degraded formation permeability;  $P_{nn}$  – Formation pressure on external boundary;  $P_{Rs}$  – Formation pressure at the  $R_s$  boundary;  $P_z(k)$  – BHP under degraded formation permeability;  $P_z(ks)$  – BHP under degraded formation permeability;  $R_s$  – Formation damage zone radius (skin layer);  $R_k$  – External boundary radius;  $h$  – Formation thickness.

which is currently known in educational and scientific books as Hawkins' formula [13].

According to this formula,  $S$  may assume values from minus infinity to zero and from zero to plus infinity, i.e.

$$S \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty),$$

without belonging to the domain of definition, existence and practical application. It is known that if function tends to infinity, it has no any practical application.

Formulas (1\*) and (2\*) are impractical in terms of defining  $\Delta P_s$ ,  $S$  and other basic parameters included in the system, and must be excluded from text books and tutorials on



Уравнение (1.13) получено автором в 2003г.и опубликовано в 2005г.[7] и является ключевым уравнением для расчета всех базовых гидродинамических параметров системы зонально-неоднородного пласта реальной скважины.

**1.3. Вывод формулы  $\Delta P_s$  для зонально-неоднородного пласта с учетом потери давления в интервале контура питания ( $R_k-R_s$ ) и в скин-слое ( $R_s-r_c$ ) (см. рис.1.3).**

Более привлекательным является вывод формулы для расчета  $\Delta P_s$  с учетом потери давления при плоскорадиальной фильтрации пластовой жидкости в зонально-неоднородном (по проницаемости) пласте в интервале контура питания ( $R_k-R_s$ ) с проницаемостью пласта  $k$  и в скин-слое ( $R_s-r_c$ ) с проницаемостью  $k_s$ .

На участке  $[R_k-R_s]$  коэффициент проницаемости равен  $k$ , поэтому можно воспользоваться формулой (1.4), из которой находим при  $r = R_k$  и  $r = R_s$ :  
при  $r = R_k$ , получим пластовое давление  $P_{пл}$ :

$$P_{пл} = \frac{Q \cdot \mu}{2 \cdot \pi \cdot h \cdot k} \cdot \ln R_k + C_k; \quad (1.17)$$

а при  $r = R_s$ , получим давление на контуре  $R_s$ , равное  $P_{Rs}$ ,

$$P_{Rs} = \frac{Q \cdot \mu}{2 \cdot \pi \cdot h \cdot k} \cdot \ln R_s + C_k. \quad (1.18)$$

Вычитая из уравнения (1.17) уравнение (1.18), находим потери давления на участке  $[R_k-R_s]$  с проницаемостью  $k$ :

$$P_{пл} - P_{Rs} = \frac{Q \mu}{2 \pi h k} \cdot (\ln R_k - \ln R_s) = \frac{Q \mu}{2 \pi h k} \cdot \ln \frac{R_k}{R_s}. \quad (1.19)$$

На участке  $[R_s-r_c]$  коэффициент проницаемости равен  $k_s$ , а  $r \in [r_c, R_s]$ .

Подставив в общую формулу (1.4) вместо  $k$  значение  $k_s$ ,  $r = r_c$  и  $r = R_s$ , при  $r = r_c$ , будем иметь забойное давление

$$P_{з(ks)} = \frac{Q \mu}{2 \pi h k_s} \cdot \ln r_c + C_{ks}, \quad (1.20)$$

где  $C_{ks}$  - постоянная интегрирования, соответствующая коэффициенту проницаемости  $k_s$ .  
а при  $r = R_s$ , получим давление на контуре  $R_s$ ,

$$P_{Rs} = \frac{Q \mu}{2 \pi h k_s} \cdot \ln R_s + C_{ks}. \quad (1.21)$$

Вычитая из (1.21) уравнение (1.20), находим потери давления в скин-слое с проницаемостью  $k_s$ :

$$P_{Rs} - P_{з(ks)} = \frac{Q \cdot \mu}{2 \pi \cdot h k_s} \cdot \ln \frac{R_s}{r_c}. \quad (1.22)$$

subsurface hydrodynamics. Parameters  $\Delta P_s$  and  $S$  are of great importance and are included in formulas for all basic hydrodynamic parameters in the system of zonally heterogeneous formations. Thereby, this work gives four versions of development of the formula for calculation of  $\Delta P_s$  value and five versions to calculate the skin factor value  $S$ .

For further analysis, the logarithmic curve of formation pressure drop from Fig. 1.1 is transferred to Fig. 1.2 (curve 1).

Degradation of the permeability of the borehole environment from  $k$  to  $k_s$  by the  $\Delta k$  value reduces the BHP from  $P_{з(k)}$  to  $P_{з(ks)}$  by the  $\Delta P_s$  value (see Fig. 1.2) where  $P_{з(k)}$  is the BHP under the native formation permeability  $k$  (BHP of ideal well) and  $P_{з(ks)}$  is the BHP under the degraded formation permeability,  $k_s$  (BHP of real well). The formation pressure at the boundary  $R_s$  is equal to  $P_{Rs}$ . Curve 1 describes the formation pressure losses during fluid filtration in the borehole environment at its original permeability  $k$ , so equation (1.7) will look like follows (for ideal well).

$$P_{Rs} - P_{з(k)} = \frac{Q \mu}{2 \pi h k} \cdot \ln \frac{R_s}{r_c} \quad \text{или} \quad \Delta P_k = \frac{Q \cdot \mu}{2 \cdot \pi \cdot h \cdot k} \cdot \ln \frac{R_s}{r_c}. \quad (1.8)$$

Curve 2 describes the formation pressure losses during fluid filtration in the borehole environment with degraded formation permeability  $k_s$ , so equation (1.8) will look like follows (for real well).

$$P_{Rs} - P_{з(ks)} = \Delta P_{(ks)} = \frac{Q \mu}{2 \pi h k_s} \cdot \ln \frac{R_s}{r_c}. \quad (1.9)$$

BHP losses by  $\Delta P_s$  value obtained through the difference between  $P_{з(k)}$  and  $P_{з(ks)}$  (see Fig. 1.2), is the result of the skin factor  $S$ , i.e

$$\Delta P_s = P_{з(k)} - P_{з(ks)}. \quad (1.10)$$

The pressure drop  $\Delta P_{(ks)}$  in the skin layer gives (see Fig. 1.2 and formula (1.9))

$$\Delta P_{(ks)} = P_{Rs} - P_{з(ks)}. \quad (1.11)$$

The BHP drop by the value of  $\Delta P_s$  is proportional to the skin factor  $S$ , i.e.  $\Delta P_s$  is an additional filtration resistance caused by the degradation of the formation permeability in real well from  $k$  to  $k_s$ , hence:

$$\Delta P_s = (P_{Rs} - P_{з(ks)}) S. \quad (1.12)$$

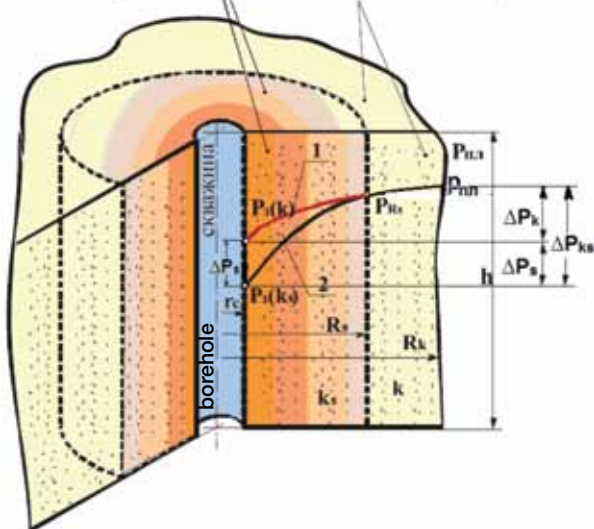
Using the equations (1.9) and (1.12) let us write down the formation BHP drop  $\Delta P_s$  for zonally heterogeneous formation as a result of disturbance of its permeability from  $k$  to  $k_s$

$$\Delta P_s = \frac{Q \cdot \mu}{k_s \cdot 2 \cdot \pi \cdot h} \cdot S \cdot \ln \frac{R_s}{r_c}. \quad (1.13)$$

Equation (1.13) was obtained by the author in 2003 and published in 2005 [7] and is the key equation for calculation



околоскважинное пространство с ухудшенной  
проницаемостью  $k_s$  пласта  
borehole environment with formation  
degraded permeability  $k_s$   
околоскважинное пространство с  
естественной проницаемостью  $k$  пласта  
borehole environment with formation native permeability  $k$



**Рис. 1.3:** Схема пласта для вывода формулы  $\Delta P_s$  с учетом скин-слоя  $R_s-r_c$  и контура питания  $R_k-R_s$ ; 1-кривая падения пластового давления при естественной проницаемости  $k$  пласта ( $k$  – проницаемость пласта идеальной скважины); 2 – кривая падения пластового давления при ухудшенной проницаемости  $k_s$  пласта ( $k_s$  проницаемость пласта реальной скважины);  $k$  – коэффициент естественной проницаемости пласта;  $k_s$  – коэффициент ухудшенной проницаемости пласта;  $P_{nл}$  – давление пласта на контуре питания  $R_k$  – радиус контура питания;  $\Delta P_k$  – потери пластового давления при фильтрации жидкости в идеальной скважине (при естественной проницаемости пласта);  $\Delta P_{ks}$  – общие потери пластового давления при фильтрации жидкости в реальной скважине (с учетом скин-слоя с проницаемостью пласта  $k_s$ );  $\Delta P_s$  – падение забойного давления в результате ухудшения проницаемости пласта от  $k$  до  $k_s$

**Fig. 1.3:** Diagram of the formation for development of the formula for  $\Delta P_s$  with regard to skin layer  $R_s-r_c$  and external boundary  $R_k-R_s$ ; 1 – Curve of formation pressure drop at native formation permeability  $k$  ( $k$  is the ideal well formation permeability); 2 – Curve of the formation pressure drop with degraded formation permeability  $k_s$  ( $k_s$  is the real well formation permeability);  $k$  is the native formation permeability factor;  $k_s$  is the degraded formation permeability factor;  $P_{nл}$  is the formation pressure on external boundary;  $R_k$  is the external boundary radius;  $\Delta P_k$  are the formation pressure losses during the fluid filtration in the ideal well (with native formation permeability);  $\Delta P_{ks}$  are the total formation pressure losses during the fluid filtration in the real well (with account for skin layer with the formation permeability  $k_s$ );  $\Delta P_s$  is the BHP drop as a result of the formation permeability degradation from  $k$  to  $k_s$ .

Суммируя (1.19) и (1.22), находим потери давления в зонально-неоднородном интервале пласта  $[R_k, r_c]$ :

$$P_{nл} - P_{3(ks)} = \Delta P_k = \frac{Q \cdot \mu}{2\pi \cdot h \cdot k} \cdot \ln \frac{R_k}{R_s} + \frac{Q \cdot \mu}{2\pi \cdot h \cdot k_s} \cdot \ln \frac{R_s}{r_c} = \frac{Q \cdot \mu}{2\pi \cdot h} \cdot \left( \frac{1}{k} \cdot \ln \frac{R_k}{R_s} + \frac{1}{k_s} \cdot \ln \frac{R_s}{r_c} \right).$$

of all hydrodynamic parameters of the real well zonally heterogeneous formation system.

**1.2. Development of the formula for  $\Delta P_s$  of zonally heterogeneous formation by taking the pressure loss within external boundary interval ( $R_k-R_s$ ) and in skin layer ( $R_s-r_c$ ) into account (see Fig 1.3).**

More compelling is deriving the equation for calculation of  $\Delta P_s$  with account of pressure loss during plano-radial filtration of formation fluid in the zonally heterogeneous (by permeability) formation within the external boundary interval ( $R_k-R_s$ ) at the formation permeability  $k$  and in the skin layer ( $R_s-r_c$ ) with permeability  $k_s$ .

On the  $[R_k-R_s]$  section the permeability coefficient is equal to  $k$ , therefore we can use the formula (1.4), from which we find with  $r = R_k$  and  $r = R_s$ : when  $r = R_k$  we obtain the formation pressure  $P_{nл}$ :

$$P_{nл} = \frac{Q \cdot \mu}{2 \cdot \pi \cdot h \cdot k} \cdot \ln R_k + C_k; \quad (1.17)$$

and when  $r = R_s$ , we obtain the pressure on external boundary, so that  $R_s$  equal to  $P_{R_s}$ ,

$$P_{R_s} = \frac{Q \cdot \mu}{2 \cdot \pi \cdot h \cdot k} \cdot \ln R_s + C_k. \quad (1.18)$$

Subtracting the equation (1.18) from equation 1.17) we find the pressure losses at the section  $[R_k-R_s]$  with permeability  $k$ :

$$P_{nл} - P_{R_s} = \frac{Q \mu}{2 \pi h k} \cdot (\ln R_k - \ln R_s) = \frac{Q \mu}{2 \pi h k} \cdot \ln \frac{R_k}{R_s}. \quad (1.19)$$

On the  $[R_s-r_c]$  section permeability factor is equal to  $k_s$ , and  $r \in [r_c, R_s]$ .

Inserting in general formula (1.4) the values  $k_s$ ,  $r = r_c$  и  $r = R_s$  instead of  $k$  with  $r = r_c$ , we obtain BHP

$$P_{3(ks)} = \frac{Q \mu}{2 \pi h k_s} \cdot \ln r_c + C_{ks}, \quad (1.20)$$

where  $C_{ks}$  - is the integration constant related to permeability factor  $k_s$ , and with  $r = R_s$  we obtain the pressure on external boundary  $P_{R_s}$ ,

$$P_{R_s} = \frac{Q \mu}{2 \pi h k_s} \cdot \ln R_s + C_{ks}. \quad (1.21)$$

After subtracting the equation (1.20) from equation (1.21) we find pressure losses in the skin layer with permeability  $k_s$

$$P_{R_s} - P_{3(ks)} = \frac{Q \cdot \mu}{2 \pi \cdot h k_s} \cdot \ln \frac{R_s}{r_c}. \quad (1.22)$$

Summing (1.19) and (1.22) we find the pressure losses in the formation zonally heterogeneous interval  $[R_k, r_c]$ :

или

$$\Delta P_{ks} = \frac{Q\mu}{2\pi h} \cdot \left( \frac{1}{k} \cdot \ln \frac{R_k}{R_s} + \frac{1}{k_s} \cdot \ln \frac{R_s}{r_c} \right). \quad (1.23)$$

Потери давления в околоскважинном пространстве при естественной проницаемости  $k$  пласта (кривая 1) составят

$$\Delta P_k = P_{nl} - P_{z(k)} = \frac{Q \cdot \mu}{2\pi \cdot h k} \cdot \ln \frac{R_k}{r_c}. \quad (1.24)$$

Вычитая (1.24) из (1.23) получим формулу для расчета потери забойного давления  $\Delta P_s$  при фильтрации жидкости в зонально-неоднородном пласте (см. рис.1.3).

$$\begin{aligned} \Delta P_s = P_z(\kappa) - P_z(\kappa_s) &= \Delta P_{ks} - \Delta P_k = \frac{Q \cdot \mu}{2\pi \cdot h} \cdot \left( \frac{1}{k} \cdot \ln \frac{R_k}{R_s} + \frac{1}{k_s} \cdot \ln \frac{R_s}{r_c} - \right. \\ &\left. - \frac{1}{k} \cdot \ln \frac{R_k}{r_c} \right) = \frac{Q \cdot \mu}{2\pi \cdot h} \cdot \left( \frac{1}{k} \cdot \ln \frac{r_c}{R_s} + \frac{1}{k_s} \cdot \ln \frac{R_s}{r_c} \right) = \\ &= \frac{Q \cdot \mu}{2\pi \cdot h} \cdot \left( \frac{1}{k_s} - \frac{1}{k} \right) \cdot \ln \frac{R_s}{r_c} = \frac{Q \cdot \mu}{2\pi \cdot h} \cdot \left( \frac{k - k_s}{k \cdot k_s} \right) \cdot \ln \frac{R_s}{r_c}, \end{aligned}$$

или

$$\Delta P_s = \frac{Q\mu}{k_s 2\pi h} \cdot \left( 1 - \frac{k_s}{k} \right) \cdot \ln \frac{R_s}{r_c}. \quad (1.25)$$

$$\Delta P_s = \frac{Q \cdot \mu}{k_s \cdot 2 \cdot \pi \cdot h} \cdot S \cdot \ln \frac{R_s}{r_c}. \quad (1.26)$$

#### 1.4. Вывод формулы для расчета $\Delta P_s$ для зонально-неоднородного пласта при постоянном дебите ( $Q_{жс-const}$ ) (рис.1.3)

Потери давления в околоскважинном пространстве при естественной проницаемости  $k$  пласта (кривая 1) составят

$$\Delta P_k = P_{nl} - P_{z(k)} = \frac{Q \cdot \mu}{2\pi h \cdot k} \cdot \ln \frac{R_k}{r_c}. \quad (1.27)$$

При этом общий перепад давления в зонально-неоднородном пласте составит

$$\Delta P_{ks} = P_{nl} - P_{z(\kappa_s)} = (P_{nl} - P_{Rs}) + (P_{Rs} - P_{z(\kappa_s)}). \quad (1.28)$$

Потери давления в контуре питания с проницаемостью  $k$  составит

$$P_{nl} - P_{Rs} = \frac{Q \cdot \mu}{2\pi h \cdot k} \cdot \ln \frac{R_k}{R_s}. \quad (1.29)$$

Потери давления в скин-слое с проницаемостью  $k_s$  составит

$$P_{Rs} - P_{z(\kappa_s)} = \frac{Q \cdot \mu}{2\pi h \cdot k_s} \cdot \ln \frac{R_s}{r_c}. \quad (1.30)$$

Подставляя значения (1.29) и (1.30) в (1.28), получим потери давления при плоско-радиальной фильтрации жидкости в зонально-неоднородном пласте по проницаемости

$$P_{nl} - P_{z(\kappa_s)} = \Delta P_{ks} = \frac{Q \cdot \mu}{2\pi h \cdot k} \cdot \ln \frac{R_k}{R_s} + \frac{Q \cdot \mu}{2\pi h \cdot k_s} \cdot \ln \frac{R_s}{r_c} = \frac{Q \cdot \mu}{2\pi \cdot h} \cdot \left( \frac{1}{k} \cdot \ln \frac{R_k}{R_s} + \frac{1}{k_s} \cdot \ln \frac{R_s}{r_c} \right).$$

or

$$\Delta P_{ks} = \frac{Q\mu}{2\pi h} \cdot \left( \frac{1}{k} \cdot \ln \frac{R_k}{R_s} + \frac{1}{k_s} \cdot \ln \frac{R_s}{r_c} \right). \quad (1.23)$$

The pressure loss in the borehole environment with native formation permeability  $k$  (Curve 1) will be equal to

$$\Delta P_k = P_{nl} - P_{z(k)} = \frac{Q \cdot \mu}{2\pi \cdot h k} \cdot \ln \frac{R_k}{r_c}. \quad (1.24)$$

Deducting (1.24) from (1.23) we obtain the formula for calculation of BHP loss  $\Delta P_s$  during fluid filtration in the zonally heterogeneous formation (see Fig.1.3).

$$\begin{aligned} \Delta P_s = P_z(\kappa) - P_z(\kappa_s) &= \Delta P_{ks} - \Delta P_k = \frac{Q \cdot \mu}{2\pi \cdot h} \cdot \left( \frac{1}{k} \cdot \ln \frac{R_k}{R_s} + \frac{1}{k_s} \cdot \ln \frac{R_s}{r_c} - \right. \\ &\left. - \frac{1}{k} \cdot \ln \frac{R_k}{r_c} \right) = \frac{Q \cdot \mu}{2\pi \cdot h} \cdot \left( \frac{1}{k} \cdot \ln \frac{r_c}{R_s} + \frac{1}{k_s} \cdot \ln \frac{R_s}{r_c} \right) = \\ &= \frac{Q \cdot \mu}{2\pi \cdot h} \cdot \left( \frac{1}{k_s} - \frac{1}{k} \right) \cdot \ln \frac{R_s}{r_c} = \frac{Q \cdot \mu}{2\pi \cdot h} \cdot \left( \frac{k - k_s}{k \cdot k_s} \right) \cdot \ln \frac{R_s}{r_c}, \end{aligned}$$

or

$$\Delta P_s = \frac{Q\mu}{k_s 2\pi h} \cdot \left( 1 - \frac{k_s}{k} \right) \cdot \ln \frac{R_s}{r_c}. \quad (1.25)$$

$$\Delta P_s = \frac{Q \cdot \mu}{k_s \cdot 2 \cdot \pi \cdot h} \cdot S \cdot \ln \frac{R_s}{r_c}. \quad (1.26)$$

#### 1.4. Development of the formula for calculation of $\Delta P_s$ for zonally heterogeneous formation under constant flow rate ( $Q_{жс-const}$ ) (Fig.1.3)

The pressure loss in the borehole environment with formation native permeability  $k$  (Curve 1) will be equal to

$$\Delta P_k = P_{nl} - P_{z(k)} = \frac{Q \cdot \mu}{2\pi h \cdot k} \cdot \ln \frac{R_k}{r_c}. \quad (1.27)$$

In this case, the total pressure difference in the zonally

$$\Delta P_{ks} = P_{nl} - P_{z(\kappa_s)} = (P_{nl} - P_{Rs}) + (P_{Rs} - P_{z(\kappa_s)}). \quad (1.28)$$

Pressure loss within the external boundary with permeability  $k$  will be:

$$P_{nl} - P_{Rs} = \frac{Q \cdot \mu}{2\pi h \cdot k} \cdot \ln \frac{R_k}{R_s}. \quad (1.29)$$

Pressure loss within the skin layer with permeability  $k_s$  will be equal to:

$$P_{Rs} - P_{z(\kappa_s)} = \frac{Q \cdot \mu}{2\pi h \cdot k_s} \cdot \ln \frac{R_s}{r_c}. \quad (1.30)$$

Inserting the values of (1.29) and (1.30) into (1.28) we obtain the pressure loss during plano-radial filtration of fluid in zonally heterogeneous formation by permeability.



$$P_{nl} - P_z(k_s) = \Delta P_{ks} = \frac{Q \cdot \mu}{2\pi \cdot h} \cdot \left( \frac{1}{k} \cdot \ln \frac{R_k}{R_s} + \frac{1}{k_s} \cdot \ln \frac{R_s}{r_c} \right). \quad (1.31)$$

Вычитая (1.27) из (1.31), получим дополнительные потери давления  $\Delta P_s$  в скин-слое в результате ухудшения проницаемости от  $k$  до  $k_s$  (см. рис. 1.3).

$$\begin{aligned} \Delta P_s &= P_z(k) - P_z(k_s) = \Delta P_{ks} - \Delta P_k = \frac{Q \cdot \mu}{2\pi \cdot h} \cdot \left( \frac{1}{k} \cdot \ln \frac{R_k}{R_s} + \frac{1}{k_s} \cdot \ln \frac{R_s}{r_c} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{k} \cdot \ln \frac{R_k}{r_c} \right) = \frac{Q \cdot \mu}{2\pi \cdot h} \cdot \left( \frac{1}{k} \cdot \ln \frac{r_c}{R_s} + \frac{1}{k_s} \cdot \ln \frac{R_s}{r_c} \right) = \\ &= \frac{Q \cdot \mu}{2\pi h \cdot k_s} \cdot \left( 1 - \frac{k_s}{k} \right) \cdot \ln \frac{R_s}{r_c} = \frac{Q \cdot \mu}{2\pi h \cdot k_s} \cdot S \cdot \ln \frac{R_s}{r_c}, \end{aligned}$$

или

$$\Delta P_s = \frac{Q\mu}{2\pi h \cdot k_s} \cdot S \cdot \ln \frac{R_s}{r_c}. \quad (1.32)$$

Формулы (1.13), (1.26) и (1.32), полученные различными способами - идентичные.

## 2. Вывод формулы для расчета скин-фактора $S$

Подробный аналитический вывод формулы для расчета скин-фактора  $S$  приведен в работах [1, 2, 8]. Аналитический вывод формулы для расчета скин-фактора  $S$  подтверждается выводами через индикаторные линии «дебит – давление», «дебит – уровень», а также по значениям забойного давления и потенциального дебита.

2.1 Вывод формулы скин-фактора  $S$  для зонально-неоднородного пласта, т.е. с учетом потери давления в контуре питания скважины ( $R_k - R_s$ ) и скин-слое ( $R_s - r_c$ ) (см. рис.1.3).

Падение пластового давления при фильтрации жидкости к забою идеальной скважины составит (1.24)

$$\Delta P_k = P_{nl} - P_{z(k)} = \frac{Q \cdot \mu}{2\pi \cdot h k} \cdot \ln \frac{R_k}{r_c}$$

Потери пластового давления при плоско-радиальной фильтрации жидкости в зонально-неоднородном пласте по проницаемости составит (1.23)

$$\Delta P_{ks} = P_{nl} - P_z(k_s) = \frac{Q \cdot \mu}{2\pi h \cdot k} \cdot \ln \frac{R_k}{R_s} + \frac{Q \cdot \mu}{2\pi h \cdot k_s} \cdot \ln \frac{R_s}{r_c} = \frac{Q \cdot \mu}{2\pi \cdot h} \cdot \left( \frac{1}{k} \cdot \ln \frac{R_k}{R_s} + \frac{1}{k_s} \cdot \ln \frac{R_s}{r_c} \right).$$

Вычитая (1.24) из (1.23) получим потери давления  $\Delta P_s$  в скин-слое (см. рис. 1.3)

$$\Delta P_s = \Delta P_{ks} - \Delta P_k = \frac{Q\mu}{2\pi h} \cdot \left( \frac{1}{k} \cdot \ln \frac{R_k}{R_s} + \frac{1}{k_s} \cdot \ln \frac{R_s}{r_c} - \frac{1}{k} \cdot \ln \frac{R_k}{r_c} \right). \quad (2.1)$$

Падение забойного давления в результате нарушения проницаемости в скин-слое от  $k$  до  $k_s$  составит (1.13)

$$P_{nl} - P_z(k_s) = \Delta P_{ks} = \frac{Q \cdot \mu}{2\pi \cdot h} \cdot \left( \frac{1}{k} \cdot \ln \frac{R_k}{R_s} + \frac{1}{k_s} \cdot \ln \frac{R_s}{r_c} \right). \quad (1.31)$$

Deducting (1.27) from (1.31) we obtain additional pressure loss  $\Delta P_s$  in skin layer as result of permeability degradation from  $k$  to  $k_s$  (see Fig. 1.3).

$$\begin{aligned} \Delta P_s &= P_z(k) - P_z(k_s) = \Delta P_{ks} - \Delta P_k = \frac{Q \cdot \mu}{2\pi \cdot h} \cdot \left( \frac{1}{k} \cdot \ln \frac{R_k}{R_s} + \frac{1}{k_s} \cdot \ln \frac{R_s}{r_c} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{k} \cdot \ln \frac{R_k}{r_c} \right) = \frac{Q \cdot \mu}{2\pi \cdot h} \cdot \left( \frac{1}{k} \cdot \ln \frac{r_c}{R_s} + \frac{1}{k_s} \cdot \ln \frac{R_s}{r_c} \right) = \\ &= \frac{Q \cdot \mu}{2\pi h \cdot k_s} \cdot \left( 1 - \frac{k_s}{k} \right) \cdot \ln \frac{R_s}{r_c} = \frac{Q \cdot \mu}{2\pi h \cdot k_s} \cdot S \cdot \ln \frac{R_s}{r_c}, \end{aligned}$$

or

$$\Delta P_s = \frac{Q\mu}{2\pi h \cdot k_s} \cdot S \cdot \ln \frac{R_s}{r_c}. \quad (1.32)$$

Formulas (1.13), (1.26) and (1.32) obtained by different ways are identical.

## 2. Developing A formula to calculate skin-factor $S$

A detailed formula for calculation of skin factor  $S$  is shown in works [1, 2, 8]. This formula is corroborated by the following indicator lines “production rate - pressure”, “production rate - level” and also through the values of the BHP and the potential production rate.

2.1 Development of skin factor  $S$  formula for zonally heterogeneous formations, i.e. with pressure loss within the borehole external boundary ( $R_k - R_s$ ) and skin level ( $R_s - r_c$ ) into account (see Fig. 1.3).

The formation pressure drop during the fuel filtration to the bottomhole of the ideal well is equal to (1.24)

$$\Delta P_k = P_{nl} - P_{z(k)} = \frac{Q \cdot \mu}{2\pi \cdot h k} \cdot \ln \frac{R_k}{r_c}$$

The pressure loss during plano-radial filtration of fluid in zonally heterogeneous formations by permeability will be (1.23)

$$\Delta P_{ks} = P_{nl} - P_z(k_s) = \frac{Q \cdot \mu}{2\pi h \cdot k} \cdot \ln \frac{R_k}{R_s} + \frac{Q \cdot \mu}{2\pi h \cdot k_s} \cdot \ln \frac{R_s}{r_c} = \frac{Q \cdot \mu}{2\pi \cdot h} \cdot \left( \frac{1}{k} \cdot \ln \frac{R_k}{R_s} + \frac{1}{k_s} \cdot \ln \frac{R_s}{r_c} \right).$$

Deducting (1.24) from (1.23) we obtain the pressure loss  $\Delta P_s$  in skin layer (see Fig. 1.3).

$$\Delta P_s = \Delta P_{ks} - \Delta P_k = \frac{Q\mu}{2\pi h} \cdot \left( \frac{1}{k} \cdot \ln \frac{R_k}{R_s} + \frac{1}{k_s} \cdot \ln \frac{R_s}{r_c} - \frac{1}{k} \cdot \ln \frac{R_k}{r_c} \right). \quad (2.1)$$

The BHP drop caused by disturbance of its permeability in skin layer from  $k$  to  $k_s$  is equal to (1.13)

$$\Delta P_s = \frac{Q\mu}{k_s 2\pi h} \cdot S \cdot \ln \frac{R_s}{r_c}. \quad (2.2)$$

$$\Delta P_s = \frac{Q\mu}{k_s 2\pi h} \cdot S \cdot \ln \frac{R_s}{r_c} \quad (2.2)$$

Приравнявая правые части (1.28) и (1.29) получим формулу скин-фактора

$$S = \frac{\frac{1}{k} \ln \frac{R_k}{R_s} + \frac{1}{k_s} \ln \frac{R_s}{r_c} - \frac{1}{k} \ln \frac{R_k}{r_c}}{\frac{1}{k_s} \ln \frac{R_s}{r_c}} = \frac{\frac{1}{k_s} \ln \frac{R_s}{r_c} - \frac{1}{k} \ln \frac{R_s}{r_c}}{\frac{1}{k_s} \ln \frac{R_s}{r_c}} = 1 - \frac{k_s}{k}$$

$$S = (1 - \frac{k_s}{k}) \quad (2.3)$$

## 2.2. Вывод формулы скин-фактора $S$ через индикаторные линии «дебит-давление»

при  $P_3 = \text{const}$  и  $h_0 = \text{const}$  (рис. 2.1)

**Рис. 2.1:** Полная геометрическая интерпретация фундаментальных зависимостей и взаимосвязь гидродинамических параметров пласта и скважины, подтверждающая Теорему Тима: 1 – индикаторная линия  $P_3 = f(Q_{ж}(k))$ ; 2 – индикаторная линия  $P_3 = f(Q_{ж}(k_s))$ ; 3 – индикаторная линия  $h\partial = f(Q_{ж}(k))$ ; 4 – индикаторная линия  $h\partial = f(Q_{ж}(k_s))$ ;  $K$  – коэффициент продуктивности при естественной проницаемости пласта  $k$ ;  $k_s$  – коэффициент продуктивности при ухудшенной проницаемости пласта  $k_s$ ;  $Q_{ж}(k)$  – приток жидкости при продуктивности пласта  $K$ ;  $\Delta K$  – снижение продуктивности в результате ухудшения проницаемости пласта от  $k$  до  $k_s$ ;  $Q_{ж}(k_s)$  – приток жидкости при продуктивности пласта  $K_s$ ;  $\Delta Q_{ж}$  – снижение притока в результате ухудшения продуктивности пласта от  $K$  до  $K_s$ ;  $h_{cm}$  – статический уровень жидкости в скважине;  $h\partial(k)$  – динамический уровень жидкости в скважине при продуктивности пласта  $K$ ;  $h\partial(k_s)$  – динамический уровень жидкости в скважине при продуктивности пласта  $K_s$ ;  $\Delta h\partial$  – снижение динамического уровня жидкости в скважине в результате ухудшения продуктивности пласта от  $K$  до  $K_s$ ;  $L$  – глубина скважины до верхних перфорационных отверстий;  $L\partial(k)$  – динамическая глубина при продуктивности пласта  $K$ ;  $L\partial(k_s)$  – динамическая глубина при продуктивности пласта  $K_s$ ;  $\Delta P_3$  – снижение забойного давления в результате ухудшения продуктивности пласта от  $K$  до  $K_s$ ;  $Q_{nom}(k)$  – потенциальный дебит при продуктивности пласта  $K$ ;  $Q_{nom}(k_s)$  – потенциальный дебит при продуктивности пласта  $K_s$ ;  $\Delta Q_{nom}$  – снижение потенциального дебита в результате ухудшения продуктивности пласта от  $K$  до  $K_s$ .

При равенстве забойных давлений идеальной и реальной скважин объемный приток (дебит) жидкости зависит только от коэффициента продуктивности скважины, при этом

$$P_3(k_s) = P_3(k) = P_3; \quad P_{пл} - P_3(k_s) = P_{пл} - P_3(k) = P_{пл} - P_3 = \Delta P_{const}$$

Приток жидкости к забою идеальной скважины при естественной продуктивности пласта  $K$  составит  $Q_{ж}(k) = K \cdot \Delta P$  (2.4)

Приток к забою реальной скважины при ухудшенной продуктивности пласта  $K_s$

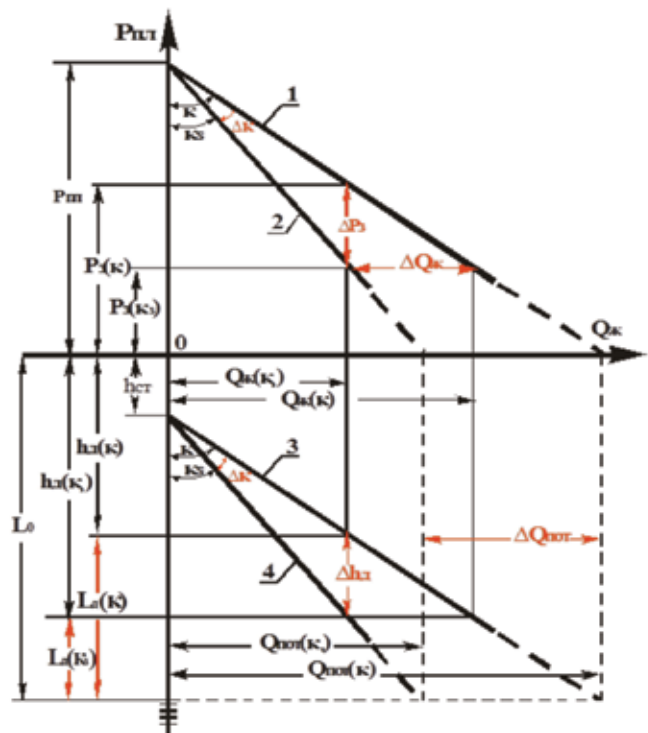
By setting the right sides of (1.28) and (1.29) equal we obtain the skin factor formula

$$S = \frac{\frac{1}{k} \ln \frac{R_k}{R_s} + \frac{1}{k_s} \ln \frac{R_s}{r_c} - \frac{1}{k} \ln \frac{R_k}{r_c}}{\frac{1}{k_s} \ln \frac{R_s}{r_c}} = \frac{\frac{1}{k_s} \ln \frac{R_s}{r_c} - \frac{1}{k} \ln \frac{R_s}{r_c}}{\frac{1}{k_s} \ln \frac{R_s}{r_c}} = 1 - \frac{k_s}{k}$$

$$S = (1 - \frac{k_s}{k}) \quad (2.3)$$

## 2.2. Developing the skin factor formula through indicator lines “production rate - pressure”

with  $P_3 = \text{const}$  and  $h_0 = \text{const}$  (Fig. 2.1)



**Fig. 2.1:** The full geometrical interpretation of fundamental dependencies and interrelation of hydrodynamic parameters of the formation and well that corroborates Tim's theorem: 1 – Indicator line  $P_3 = f(Q_{ж}(k))$ ; 2 – Indicator line  $P_3 = f(Q_{ж}(k_s))$ ; 3 – Indicator line  $h\partial = f(Q_{ж}(k))$ ; 4 – Indicator line  $h\partial = f(Q_{ж}(k_s))$ ;  $K$  – productivity index with native formation permeability  $k$ ;  $K_s$  – productivity index with degraded formation permeability  $k_s$ ;  $Q_{ж}(k)$  – fluid influx at formation productivity  $K$ ;  $\Delta K$  – productivity reduction caused by the formation permeability degradation from  $k$  to  $k_s$ ;  $Q_{ж}(k_s)$  – fluid influx at formation productivity  $K_s$ ;  $\Delta Q_{ж}$  – fluid influx reduction due to productivity degradation from  $K$  to  $K_s$ ;  $h_{cm}$  – static fluid level in the borehole;  $h\partial(k)$  – dynamic fluid level in the borehole at the formation productivity  $K$ ;  $h\partial(k_s)$  – dynamic fluid level in the borehole at formation productivity  $K_s$ ;  $\Delta h\partial$  – dynamic fluid level reduction in the borehole resulted from formation productivity degradation from  $K$  to  $K_s$ ;  $L$  – well depth to top perforations;  $L\partial(k)$  – dynamic depth at formation productivity  $K$ ;  $L\partial(k_s)$  – dynamic depth at formation productivity  $K_s$ ;  $\Delta P_3$  – BHP reduction caused by the formation productivity degradation from  $K$  to  $K_s$ ;  $Q_{nom}(k)$  – potential production rate at formation productivity  $K$ ;  $Q_{nom}(k_s)$  – potential production rate at formation productivity  $K_s$ ;  $\Delta Q_{nom}$  – potential production rate reduction caused by the formation productivity degradation from  $K$  to  $K_s$ .



$$Q_{ж}(ks) = Ks \cdot \Delta P \quad (2.5)$$

Снижение притока жидкости  $\Delta Q_{ж}$  в скважину в результате ухудшения продуктивности пласта от  $K$  до  $K_s$  составит

$$\Delta Q_{ж} = Q_{ж(k)} - Q_{ж(ks)} = K \cdot \Delta P - K_s \cdot \Delta P = (K - K_s) \cdot \Delta P. \quad (2.6)$$

Так как снижение притока жидкости в скважину пропорционально скин-фактору, введем обозначение

$$\Delta Q_{ж} = Q_{ж(k)} \cdot S. \quad (2.7)$$

Подставляя (2.4) и (2.6) в (2.7), получим (2.8)

$$S = \frac{\Delta Q_{ж}}{Q_{ж(k)}} = \frac{K \cdot \Delta P - K_s \cdot \Delta P}{K \cdot \Delta P} = 1 - \frac{K_s}{K}, \quad (2.8)$$

$$S = \left(1 - \frac{K_s}{K}\right). \quad (2.9)$$

**2.3. Вывод формулы скин-фактора  $S$  через индикаторные линии «дебит-уровень» при  $Q_{ж} \text{ const}$  (рис. 2.1)**

Приток жидкости  $Q_{ж}$  к забою при естественной продуктивности пласта  $K$  составит

$$Q_{ж} = K [L_0 - (L_0 - h_{д(k)}) - h_{ст}] \cdot \rho_{жс} \cdot g \quad (2.10)$$

При постоянстве отбора жидкости ухудшение продуктивности от  $K$  до  $K_s$  приводит к снижению динамического уровня от  $h_{д(k)}$  до  $h_{д(ks)}$ , следовательно:

$$Q_{жс} = Ks [L_0 - h_{д(ks)} - h_{ст}] \rho_{жс} g. \quad (2.11)$$

Пользуясь (2.10) и (2.11), определим динамические уровни при коэффициентах продуктивности  $K$  и  $K_s$ :

$$h_{д(k)} = \frac{Q_{ж}}{K \cdot \rho_{жс} \cdot g} + h_{ст}; \quad (2.12)$$

$$h_{д(ks)} = \frac{Q_{жс}}{Ks \cdot \rho_{жс} \cdot g} + h_{ст}; \quad (2.13)$$

Падение динамического уровня  $\Delta h_{д}$  составит

$$\Delta h_{д} = h_{д(ks)} - h_{д(k)}. \quad (2.14)$$

Подставляя значения (2.12) и (2.13) в (2.14), получим

$$\Delta h_{д} = \left(\frac{Q_{жс}}{Ks \cdot \rho_{жс} \cdot g} + h_{ст}\right) - \left(\frac{Q_{ж}}{K \cdot \rho_{жс} \cdot g} + h_{ст}\right) = \frac{Q_{жс}}{\rho_{жс} \cdot g} \cdot \left(\frac{K - K_s}{K \cdot K_s}\right). \quad (2.15)$$

Падение динамического уровня на величину  $\Delta h_{д}$  пропорционально скин-фактору  $S$ , введем обозначение

$$\Delta h_{д} = (h_{д(ks)} - h_{ст}) S. \quad (2.16)$$

Пользуясь уравнением (2.13), запишем

$$h_{д(ks)} - h_{ст} = \frac{Q_{жс}}{Ks \cdot \rho_{жс} \cdot g} \quad (2.17)$$

When the BMHs of the “ideal” and “real” well are equal, the volume influx (production rate) of fluid depends only upon the productivity index of the wells, whereas

$$P_3(ks) = P_3(k) = P_3; \quad P_{нл} - P_3(ks) = P_{нл} - P_3(k) = P_{нл} - P_3 = \Delta P \text{ const.}$$

Fluid influx to the bottomhole of the ideal well at the native formation productivity  $K$  will be equal to

$$Q_{ж(k)} = K \cdot \Delta P \quad (2.4)$$

Influx to the bottomhole of the real well at the formation degraded productivity  $K_s$

$$Q_{ж(ks)} = Ks \cdot \Delta P \quad (2.5)$$

Fluid influx reduction  $\Delta Q_{ж}$  into the well caused by the formation productivity decline from  $K$  to  $K_s$  will be equal to

$$\Delta Q_{ж} = Q_{ж(k)} - Q_{ж(ks)} = K \cdot \Delta P - K_s \cdot \Delta P = (K - K_s) \cdot \Delta P. \quad (2.6)$$

Because the fluid influx reduction is proportional to the skin factor, let us introduce the following term

$$\Delta Q_{ж} = Q_{ж(k)} \cdot S. \quad (2.7)$$

Inserting (2.4) and (2.6) into (2.7), we obtain (2.8)

$$S = \frac{\Delta Q_{ж}}{Q_{ж(k)}} = \frac{K \cdot \Delta P - K_s \cdot \Delta P}{K \cdot \Delta P} = 1 - \frac{K_s}{K}, \quad (2.8)$$

$$\div K \cdot \Delta P = 1 - \frac{K_s}{K},$$

$$S = \left(1 - \frac{K_s}{K}\right). \quad (2.9)$$

**2.3. Developing the skin factor  $S$  formula through indicator lines “production rate - level” at  $Q_{ж} \text{ const}$  (Fig. 2.1)**

Fluid influx  $Q_{ж}$  to the bottomhole at the native formation productivity  $K$  will be equal to

$$Q_{ж} = K [L_0 - (L_0 - h_{д(k)}) - h_{ст}] \cdot \rho_{жс} \cdot g \quad (2.10)$$

With permanent drainage, the productivity degradation from  $K_s$  to  $K$  causes the dynamic level to decrease from  $h_{д(k)}$  to  $h_{д(ks)}$ , hence:

$$Q_{жс} = Ks [L_0 - h_{д(ks)} - h_{ст}] \rho_{жс} g. \quad (2.11)$$

Using (2.10) and (2.11), we determine dynamic levels at productivities  $K$  and  $K_s$ :

$$h_{д(k)} = \frac{Q_{ж}}{K \cdot \rho_{жс} \cdot g} + h_{ст}; \quad (2.12)$$

$$h_{д(ks)} = \frac{Q_{жс}}{Ks \cdot \rho_{жс} \cdot g} + h_{ст}; \quad (2.13)$$

The dynamic level drop  $\Delta h_{д}$  will be equal to

$$\Delta h_{д} = h_{д(ks)} - h_{д(k)}. \quad (2.14)$$

Inserting the values of (2.12) and (2.13) into (2.14), we obtain

После подстановки (2.15) и (2.17) в (2.16) получим

$$S = \frac{\Delta h_d}{h_{d(ks)} - h_{ct}} = \frac{Q_{жс}}{\rho_{жс} g} \cdot \left( \frac{K - K_s}{K \cdot K_s} \right) \div \frac{Q_{жс}}{\rho_{жс} g} \cdot \frac{1}{K_s} = 1 - \frac{K_s}{K}.$$

или

$$S = \left( 1 - \frac{K_s}{K} \right) \quad (2.18)$$

#### 2.4. Вывод формулы скин-фактора $S$ по значению забойного давления при $Q_{жс}$ - const (рис. 2.1)

Уравнение притока жидкости  $Q_{жс}$  при значениях продуктивности  $K$  и  $K_s$ , запишем в виде

$$Q_{ж(к)} = K(P_{пл} - P_{з(к)}), \quad (2.19)$$

$$Q_{ж(ks)} = K_s(P_{пл} - P_{з(ks)}). \quad (2.20)$$

Из формулы (2.19) определяем забойное давление  $P_{з(к)}$  при естественной продуктивности  $K$  пласта

$$P_{з(к)} = \frac{K \cdot P_{пл} - Q_{жс}}{K} = P_{пл} - \frac{Q_{жс}}{K}. \quad (2.21)$$

Из формулы (2.20) определяем забойное давление  $P_{з(ks)}$  при ухудшенной продуктивности пласта  $K_s$ , т.е. при наличии скин - зоны

$$P_{з(ks)} = \frac{K_s \cdot P_{пл} - Q_{жс}}{K_s} = P_{пл} - \frac{Q_{жс}}{K_s}. \quad (2.22)$$

При постоянстве отбора жидкости ухудшение продуктивности пласта от  $K$  до  $K_s$  приводит к падению забойного давления от  $P_{з(к)}$  до  $P_{з(ks)}$ .

Падение забойного давления  $\Delta P_3$  составит

$$\Delta P_3 = P_{з(к)} - P_{з(ks)}. \quad (2.23)$$

Подставляя значения  $P_{з(к)}$  и  $P_{з(ks)}$  в (2.23), получим

$$\Delta P_3 = (P_{пл} - \frac{Q_{жс}}{K}) - (P_{пл} - \frac{Q_{жс}}{K_s}) = Q_{жс} \left( \frac{K - K_s}{K \cdot K_s} \right).$$

(2.24)

Падение забойного давления на величину  $\Delta P_3$  пропорционально скин-фактору  $S$ .

$$\Delta P_3 = (P_{пл} - P_{з(ks)}) S. \quad \text{или} \quad S = \frac{\Delta P_3}{P_{пл} - P_{з(ks)}}. \quad (2.25)$$

Из формулы (2.20) запишем

$$P_{пл} - P_{з(ks)} = \frac{Q_{жс}}{K_s} \quad (2.26)$$

Подставляя значения из (2.24) и (2.26) в (2.25), получим или

$$S = Q_{жс} \left( \frac{K - K_s}{K \cdot K_s} \right) / \frac{Q_{жс}}{K_s} = \frac{K - K_s}{K} = 1 - \frac{K_s}{K}.$$

$$S = 1 - \frac{K_s}{K} \quad (2.27)$$

$$\Delta h_d = \left( \frac{Q_{жс}}{K_s \rho_{жс} g} + h_{cm} \right) - \left( \frac{Q_{жс}}{K \rho_{жс} g} + h_{cm} \right) = \frac{Q_{жс}}{\rho_{жс} g} \cdot \left( \frac{K - K_s}{K \cdot K_s} \right). \quad (2.15)$$

The dynamic level drop by the value of  $\Delta h_d$  is proportional to the skin factor  $S$ , let us introduce the term

$$\Delta h_d = (h_{d(ks)} - h_{ct}) S. \quad (2.16)$$

Using equation (2.13), we write down

$$h_{d(ks)} - h_{ct} = \frac{Q_{жс}}{K_s \rho_{жс} g} \quad (2.17)$$

Inserting (2.15) and (2.17) into (2.16) gives

$$S = \frac{\Delta h_d}{h_{d(ks)} - h_{ct}} = \frac{Q_{жс}}{\rho_{жс} g} \cdot \left( \frac{K - K_s}{K \cdot K_s} \right) \div \frac{Q_{жс}}{\rho_{жс} g} \cdot \frac{1}{K_s} = 1 - \frac{K_s}{K}.$$

or

$$S = \left( 1 - \frac{K_s}{K} \right) \quad (2.18)$$

#### 2.4. Developing the formula for skin factor $S$ through the BHP value at $Q_{жс}$ - const (Fig. 2.1)

Let us write down the fluid influx  $Q_{жс}$  equation at the productivity values  $K$  and  $K_s$  like follows

$$Q_{ж(к)} = K(P_{пл} - P_{з(к)}), \quad (2.19)$$

$$Q_{ж(ks)} = K_s(P_{пл} - P_{з(ks)}). \quad (2.20)$$

The BHP  $P_{з(к)}$  at the natural formation productivity  $K$  is determined from formula (2.19):

$$P_{з(к)} = \frac{K \cdot P_{пл} - Q_{жс}}{K} = P_{пл} - \frac{Q_{жс}}{K}. \quad (2.21)$$

The BHP  $P_{з(ks)}$  at the degraded formation productivity  $K_s$ , i.e., in the presence of a skin zone, is determined from formula (2.20)

$$P_{з(ks)} = \frac{K_s \cdot P_{пл} - Q_{жс}}{K_s} = P_{пл} - \frac{Q_{жс}}{K_s} \quad (2.22)$$

At a constant drainage, the formation productivity decline from  $K$  to  $K_s$  causes the BHP to drop from  $P_{з(к)}$  to  $P_{з(ks)}$ .

The BHP drop  $\Delta P_3$  will be equal to

$$\Delta P_3 = P_{з(к)} - P_{з(ks)}. \quad (2.23)$$

Inserting the values of  $P_{з(к)}$  and  $P_{з(ks)}$  into (2.23), we obtain

$$\Delta P_3 = (P_{пл} - \frac{Q_{жс}}{K}) - (P_{пл} - \frac{Q_{жс}}{K_s}) = Q_{жс} \left( \frac{K - K_s}{K \cdot K_s} \right).$$

(2.24)

The BHP drop by the value of  $\Delta P_3$  is proportional to the skin factor  $S$ .

$$\Delta P_3 = (P_{пл} - P_{з(ks)}) S. \quad \text{and} \quad S = \frac{\Delta P_3}{P_{пл} - P_{з(ks)}}. \quad (2.25)$$



## 2.5. Вывод формулы скин-фактора $S$ по значению потенциального дебита (рис. 2.1)

Потенциальным дебитом скважины называют дебит, который может быть получен при  $P_s=0$ . Динамический уровень скважинной жидкости при этом снижается до верхних перфорационных отверстий т.е.  $h_d=L_0$ . Пластовое давление остается без изменения,  $P_{nl} - const$ .

Из уравнения притока потенциальный дебит при коэффициенте продуктивности  $K$  составит

$$Q_{nom(k)} = K \cdot P_{nl} \quad (2.28)$$

При наличии скин-слоя коэффициент продуктивности падает от  $K$  до  $K_s$ , тогда потенциальный дебит составит

$$Q_{nom(k_s)} = K_s \cdot P_{nl} \quad (2.29)$$

Снижение потенциального дебита  $\Delta Q_{nom}$  в результате ухудшения продуктивности пласта от  $K$  до  $K_s$  составит  $\Delta Q_{nom} = Q_{nom(k)} - Q_{nom(k_s)} = K \cdot P_{nl} - K_s \cdot P_{nl} = P_{nl} \cdot (K - K_s)$ . (2.30)

Снижение потенциального дебита на величину  $\Delta Q_{nom}$  пропорционально скин-фактору  $S$ ,

$$\Delta Q_{nom} = Q_{nom(k)} \cdot S \quad \text{или} \quad S = \frac{\Delta Q_{nom}}{Q_{nom(k)}}. \quad (2.31)$$

Подставляя значение (2.28) и (2.30) в (2.31), получим

$$S = \frac{P_{nl}(K - K_s)}{K \cdot P_{nl}} = \frac{K - K_s}{K}.$$

$$\text{или} \quad S = \left(1 - \frac{K_s}{K}\right) \quad (2.32)$$

Формулы (2.3) и (2.9) для расчета значения скин-фактора  $S$ , выведенные через коэффициентов проницаемости  $k$  и продуктивности  $K$  идентичные и можно сделать следующие выводы:

— числовое значение скин-фактора  $S$  показывает долю ухудшения естественной проницаемости пласта и не имеет логарифмическую природу (логарифм под знаком  $s$  является результатом исторической ошибки);

— числовое значение *скин-фактора*  $S$  представляет безразмерную величину;

— числовое значение *скин-фактора*  $S$  имеет только *положительную* величину (отрицательное значение  $s$  является результатом заблуждения исторической ошибки), т.к. коэффициент проницаемости идеального пласта  $k$  всегда больше коэффициента проницаемости скин-зоны  $k_s$ , т.е.  $k > k_s$ ;

From formula (2.20) we write down

$$P_{nl} - P_{s(k_s)} = \frac{Q_{жс}}{K_s} \quad (2.26)$$

Inserting the values of (2.24) and (2.26) into (2.25), we obtain

$$S = Q_{жс} \left( \frac{K - K_s}{K \cdot K_s} \right) / \frac{Q_{жс}}{K_s} = \frac{K - K_s}{K} = 1 - \frac{K_s}{K}.$$

$$S = 1 - \frac{K_s}{K} \quad (2.27)$$

## 2.5. Developing the formula for skin factor $S$ through the potential production rate (see Fig. 2.1)

The potential production rate of a well is a potential production that may be obtained at  $P_s=0$ . The dynamic level of borehole fluid drops to the top perforations, i.e.  $h_d=L_0$ . The formation pressure remains unchanged,  $P_{nl} - const$ .

According to the influx equation the potential production rate at productivity index  $K$  will be equal to

$$Q_{nom(k)} = K \cdot P_{nl} \quad (2.28)$$

In the presence of a skin layer, the productivity index drops from  $K$  to  $K_s$ , so the potential production rate will be

$$Q_{nom(k_s)} = K_s \cdot P_{nl} \quad (2.29)$$

The reduction of potential production rate  $\Delta Q_{nom}$  resulted from degradation of formation productivity from  $K$  to  $K_s$  will be

$$\Delta Q_{nom} = Q_{nom(k)} - Q_{nom(k_s)} = K \cdot P_{nl} - K_s \cdot P_{nl} = P_{nl} \cdot (K - K_s). \quad (2.30)$$

Reduction of the potential production rate by the  $\Delta Q_{nom}$  value is proportional to the skin factor  $S$ ,

$$\Delta Q_{nom} = Q_{nom(k)} \cdot S \quad \text{or} \quad S = \frac{\Delta Q_{nom}}{Q_{nom(k)}}. \quad (2.31)$$

Inserting the value of (2.28) and (2.30) into (2.31), we obtain

$$S = \frac{P_{nl}(K - K_s)}{K \cdot P_{nl}} = \frac{K - K_s}{K}.$$

$$\text{or} \quad S = \left(1 - \frac{K_s}{K}\right) \quad (2.32)$$

Formulas (2.3) and (2.9) for calculation of the skin factor value  $S$  derived with the use of permeability factors  $k$  and productivity  $K$ , are identical that allows to come to the following conclusions:

— The numerical value of the skin factor  $S$  shows the degradation share of the formation native permeability and is not logarithmical (logarithm under the  $s$  sign is a result of historical errors);

- область определения  $S$  (принадлежность),  $S \in (0, 1]$ ;
- область существования  $S$ ,  $0 < S \leq 1$ ;
- при равенстве значений  $ks=k$  или  $K_s=K$  скин-фактор  $S$  *отсутствует* (случай, когда пласт не имеет нарушений),

— при  $ks=0$  или  $K_s=0$  скин-фактор  $S$  *принимает максимальное значение*, т. е.  $S=1$  (случай, когда пласт абсолютно непроницаемый).

*Скин-фактор* – комплексный параметр, отражающий интегрально все виды механизмов нарушения коллектора, влияющих на ухудшение проницаемости и пористости околоскважинного пространства продуктивного пласта и на снижение притока пластовой жидкости.

*Скин-фактор* вносит свой огромный *негативный вклад* на всех этапах жизни месторождения - начиная от проектирования разработки и завершая его списанием:

— **в стадии проектирования** разработки месторождения *скин-фактор закладывается* в виде **допущенных ошибок проектирования**;

— **в стадии строительства** и разработки месторождения *скин-фактор обеспечивается* в виде **реализованных ошибок проектирования**;

— **в стадии эксплуатации** месторождения *скин-фактор реализуется* в виде **огромных невозобновляемых затрат** на эксплуатацию месторождения с необратимыми нарушениями параметров пласта и на восстановление разрушенной гидрогеоэкологии.

*Продолжение следует*

## Литература

1. Муфазалов Р.Ш. Скин-фактор. Исторические ошибки и заблуждения, допущенные в теории гидродинамики нефтяного пласта. Георесурсы. № 5. 2013. С. 34-48.
2. Муфазалов Р.Ш. Скин-фактор и его значение для оценки состояния околоскважинного пространства продуктивного пласта. // Научно-технический журнал «Технологии ТЭК» №3(34). 2007. С.36-42.
3. Муфазалов Р.Ш. Исторические ошибки и заблуждения, допущенные в теории гидродинамики нефтяного пласта при выводе формулы Скин-фактора. // Материалы международной научно-практической конференции «Инновационные технологии в геологии

- numerical value of the *skin factor*  $S$  is dimensionless;
- numerical value of the *skin factor*  $S$  has only a *positive* value (negative value of  $s$  is a result of historical fallacy) because the permeability factor  $k$  of the ideal formation always exceeds the permeability factor  $ks$  of the skin zone, i.e.  $k > ks$ ;
- definition domain of  $S$  (belonging),  $S \in (0, 1]$ ;
- existence domain of  $S$ ,  $0 < S \leq 1$ ;
- If they following are equal -  $ks=k$  or  $K_s=K$ , the skin factor  $S$  is *absent* (when the formation is not disturbed);
- when  $ks=0$  or  $K_s=0$  the skin factor  $S$  *assumes a maximum value*, i.e.  $S=1$  (the case of absolutely impermeable formations).

*The skin factor* is a complex parameter which integrally reflects all kinds of collector disturbance mechanisms affecting the degradation of the permeability and porosity of the productive formation borehole environment as well as the reduction of the formation water influx.

*The skin factor* has a huge *negative impact* at all stages of a hydrocarbon deposit from reservoir engineering up to well abandonment:

- **at the stage of reservoir engineering, the skin factor is introduced** in the form of **design errors**;
- **at the stage of reservoir construction** and development, the skin factor is **provided** in the form of **committed** design errors;
- **at the production stage, the skin factor is implemented** in the form of **huge cost overruns** and irreversible formation damage.

*To be continued*

## References

1. Муфазалов Р.Ш. Скин-фактор. Исторические ошибки и заблуждения, допущенные в теории гидродинамики нефтяного пласта. Георесурсы. № 5. 2013. С. 34-48.
2. Муфазалов Р.Ш. Скин-фактор и его значение для оценки состояния околоскважинного пространства продуктивного пласта. // Научно-технический журнал «Технологии ТЭК» №3(34). 2007. С.36-42.
3. Муфазалов Р.Ш. Исторические ошибки и заблуждения, допущенные в теории гидродинамики нефтяного пласта при выводе формулы Скин-фактора. // Материалы международной научно-практической конференции «Инновационные технологии в геологии и разработке углеводородов». Казань: Изд-во НПО «Репер». 2009. С.303-310.

и разработке углеводородов». Казань: Изд-во НПО «Репер». 2009. С.303-310.

4. Михеев М. А. Основы теплопередачи: Учебник для вузов. –М.: Госэнергоиздат, 1949.- 396с.

5. Муфазалов Р.Ш. Скин-Фактор. Фундаментальные зависимости параметров пласта, скважины и оборудования. // Материалы международной научно-практической конференции «Актуальные вопросы разработки нефтегазовых месторождений на поздних стадиях». Уфа: Изд-во УГНТУ. 2010. С.80-93.

6. Муфазалов Р.Ш. Исторические ошибки и заблуждения, допущенные в теории гидродинамики нефтяного пласта и их последствия. Часть 1, 2, 3. // Труды 12 - Международного симпозиума «Энергоресурсоэффективность и энергосбережение». Казань: «Центр Оперативной Печати». 2011. С.409-464.

7. Муфазалов Р.Ш. Скин-фактор и его значение для оценки состояния окоскважинного пространства продуктивного пласта. Уфа: Изд-во УГНТУ. 2005. 44 с.

8. Mufazalov R.Sh. SKIN FACTOR and its importance for evaluating borehole environmental conditions for a productive formation. // «ROGTEC», Oil & Gas Magazine. Is. 19. P. 18-36.

9. Муфазалов Р.Ш. Теорема Тима. Фундаментальные зависимости гидродинамических параметров пласта и скважины, и их взаимосвязь – основа инновационного проектирования процессов разработки нефтегазовых месторождений. // Материалы Международной научно-практической конференции «Моделирование геологического строения и процессов разработки – основа успешного освоения нефтегазовых месторождений». – Казань: Изд-во «Слово», 2018. с. 67 – 69.

10. Mufazalov R. Sh. Skin-Factor. Fundamental Relationships and interrelations Relationships, Conclusions and the Formula for the Key Hydrodynamic Parameters. // «ROGTEC», Oil & Gas Magazine. Is. 41. P. 74-88.

11. Mufazalov R. Sh. Fundamentals of Subsurface Hydrodynamics and a Quantum-Mechanical View of the Reservoir Model. // «ROGTEC», Oil & Gas Magazine. Is. 55. P. 42-57.

12. Van Everdingen A.F., and Hurst W., «The Application of the Laplace Transformation to Flow Problems in Reservoirs», Trans. AIME, Vol. 186, 1949, pp. 305–24.

13. Hawkins M. F. Jr., «A note on the skin effect», Trans. AIME, Vol. 207, 1956, pp. 356–57.

4. Михеев М. А. Основы теплопередачи: Учебник для вузов. –М.: Госэнергоиздат, 1949.- 396с.

5. Муфазалов Р.Ш. Скин-Фактор. Фундаментальные зависимости параметров пласта, скважины и оборудования. // Материалы международной научно-практической конференции «Актуальные вопросы разработки нефтегазовых месторождений на поздних стадиях». Уфа: Изд-во УГНТУ. 2010. С.80-93.

6. Муфазалов Р.Ш. Исторические ошибки и заблуждения, допущенные в теории гидродинамики нефтяного пласта и их последствия. Часть 1, 2, 3. // Труды 12 - Международного симпозиума «Энергоресурсоэффективность и энергосбережение». Казань: «Центр Оперативной Печати». 2011. С.409-464.

7. Муфазалов Р.Ш. Скин-фактор и его значение для оценки состояния окоскважинного пространства продуктивного пласта. Уфа: Изд-во УГНТУ. 2005. 44 с.

8. Mufazalov R.Sh. SKIN FACTOR and its importance for evaluating borehole environmental conditions for a productive formation. // «ROGTEC», Oil & Gas Magazine. Is. 19. P. 18-36.

9. Муфазалов Р.Ш. Теорема Тима. Фундаментальные зависимости гидродинамических параметров пласта и скважины, и их взаимосвязь – основа инновационного проектирования процессов разработки нефтегазовых месторождений. // Материалы Международной научно-практической конференции «Моделирование геологического строения и процессов разработки – основа успешного освоения нефтегазовых месторождений». – Казань: Изд-во «Слово», 2018. с. 67 – 69.

10. Mufazalov R. Sh. Skin-Factor. Fundamental Relationships and interrelations Relationships, Conclusions and the Formula for the Key Hydrodynamic Parameters. // «ROGTEC», Oil & Gas Magazine. Is. 41. P. 74-88.

11. Mufazalov R. Sh. Fundamentals of Subsurface Hydrodynamics and a Quantum-Mechanical View of the Reservoir Model. // «ROGTEC», Oil & Gas Magazine. Is. 55. P. 42-57.

12. Van Everdingen A.F., and Hurst W., «The Application of the Laplace Transformation to Flow Problems in Reservoirs», Trans. AIME, Vol. 186, 1949, pp. 305–24.

13. Hawkins M. F. Jr., «A note on the skin effect», Trans. AIME, Vol. 207, 1956, pp. 356–57.